

# НЕЛИНЕЙНЫЙ МИР

№ 7, т.7, 2009

$$\frac{d^{\alpha}}{dx^{\alpha}}, \alpha = \frac{m}{n}$$



Тел./факс: (495) 625-9241  
E-mail: [info@radiotec.ru](mailto:info@radiotec.ru)  
[Http://www.radiotec.ru](http://www.radiotec.ru)

ПОДПИСНОЙ ИНДЕКС 82651 В КАТАЛОГЕ АГЕНТСТВА "РОСПЕЧАТЬ": ГАЗЕТЫ И ЖУРНАЛЫ

УДК 539.3: 534.222

Дата поступления: 25.05.09

# Влияние упругих волн в металлическом рефлекторе на динамику кавитационных пузырьков в фокальной области электрогидравлического литотриптера

© Авторы, 2009

*O. A. Сапожников* – д.ф.-м.н., доцент физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова*B. Крейдер* – сотр. лаборатории прикладной физики университета штата Вашингтон (Сиэтл, США)*M. P. Бэйли* – сотр. лаборатории прикладной физики университета штата Вашингтон (Сиэтл, США)

Исследовано влияние на кавитацию дополнительных акустических возмущений, обусловленных упругими волнами, возникающими в металлическом рефлекторе.

**Ключевые слова:** упругая волна, рефлектор, кавитационный пузырек, литотриптер.

The influence of additional elastic indignants on cavitation process in metalic reflector was investigated.

**Keywords:** elastic wave, reflector, bubble, lithotripter.

Одно из медицинских приложений нелинейных акустических волн – безоперационное удаление почечных камней из организма. Учитывая, что мочекаменной болезнью страдает более 3% населения всех возрастов (по последним данным, в США эти цифры выше: 7% женщин и 13% мужчин [1]), важность проблемы трудно переоценить. Соответствующая акустическая техника получила название *экстракорпоральной ударноволновой литотрипсии*, а устройства – литотриптеров [2, 3]. В этом методе вне тела пациента в воде генерируется периодическая последовательность мощных коротких акустических импульсов (ударных волн), которые фокусируются на почечный камень и измельчают его. Образующиеся мелкие фрагменты впоследствии выводятся из организма естественным путём. Метод был введён в клиническую практику около 30 лет назад. В настоящее время ударноволновая литотрипсия является одной из наиболее часто используемых процедур для лечения мочекаменной болезни [4].

Традиционным способом генерации мощных импульсов в литотрипсии является электрический разряд в жидкости (электрогидравлический эффект). В соответствующих источниках в солёной воде между двумя электродами, разделёнными промежутком около 1 мм, подаётся напряжение около 20 кВ от электрического конденсатора ёмкостью в несколько десятков нанофарад. При пробое возникает электрическая искра с током разряда в несколько десятков килоампер, и выделяющаяся энергия приводит к образованию сферически расходящейся ударной волны микросекундной длительности. Эта волна направляется на металлический рефлектор в форме полуэллипсоида. Разрядный промежуток находится во внутреннем фокусе рефлектора. Благодаря этому отражённая волна фокусируется во втором фокусе соответствующего эллипса; в процессе литотрипсии указанный фокус наводится на почечный камень. Вблизи камня профиль акустического давления имеет вид импульса сжатия с ударным фронтом, за которым следует более длительная фаза разрежения. Положительное пиковое давление составляет 30 – 140 МПа, а отрицательное – от -5 до -15 МПа.

Важным эффектом, сопровождающим литотрипсию, является *акустическая кавитация*, под которой понимается явление роста и коллапса паровых или газовых полостей под действием давления акустической волны. Кавитация предложена как один из механизмов разрушения камней [5, 6] и позже была зарегистрирована *in vivo* в человеческом организме непосредственно в процессе процедуры экстракорпоральной ударноволновой литотрипсии [7]. Кавитационные пузырьки могут образовываться как в жидкости, заполняющей полость почки, так и в крови в кровеносных сосудах тканей. Таким образом, исследование поведения пузырьков в процессе литотрипсии, тем самым, является важной задачей.

В статье исследован один из аспектов динамики пузырьков, а именно: влияние на кавитацию дополнительных акустических возмущений, обусловленных упругими волнами, возникающими в металлическом рефлекторе.

При теоретическом изучении кавитации обычно используется модель одиночного сферического пузырька, описывающая радиальные колебания пузырьков размером много меньшим длины акустической волны. Большинство модельных уравнений представляют собой различные модификации уравнения Рэлея [8]. В работах, имеющих отношение к литотрипсии, используется модель Гилмора–Акуличева, в которой принимается в расчёт сжимаемость жидкости и соответствующие потери на акустическое излучение [9, 10]. Дальнейшим обобщением модели Рэлея является учёт диффузии газа из жидкости в пузырёк (и обратно) [11]. Более подробно соответствующая теоретическая модель описана в работе [12], приведём здесь лишь общий вид уравнения для радиуса пузырька:

$$\left(1 - \frac{\dot{R}}{C}\right)R\ddot{R} + \frac{3}{2}\left(1 - \frac{\dot{R}}{3C}\right)\dot{R}^2 = \left(1 + \frac{\dot{R}}{C}\right)H + \frac{R}{C}\left(1 - \frac{\dot{R}}{C}\right)\frac{dH}{dt}, \quad (1)$$

где  $R$  – радиус пузырька;  $C$  – скорость звука в жидкости вблизи стенки пузыря;  $H$  – разница между энталпийой жидкости на стенке пузыря и на бесконечности;  $t$  – время.

Уравнение (1) и дополнительные к нему уравнения решались численно. При проведении выражений акустическое давление в падающей волне  $P(t)$  бралось из результатов расчёта акустического поля литотриптера (см. ниже).

Распространение ударной волны в литотриптере является нелинейным. Однако многие закономерности сложного волнового процесса можно исследовать в рамках линейного подхода. Это, в частности, касается образования упругих волн в рефлекторе при отражении от его поверхности сферической ударной волны. Действительно, возникающие в рефлекторе упругие волны имеют сравнительно небольшую амплитуду, поэтому их поведение является линейным. Это позволяет использовать уравнения классической теории упругости – уравнение движения и закон Гука:

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} = \lambda (\nabla v) \delta_{ij} + \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right), \quad (3)$$

где  $v_i$  – компоненты скорости частиц среды  $v$ ;  $i, j = 1, 2, 3$ ;  $\sigma_{ij}$  – компоненты тензора деформаций;  $\rho$  – плотность среды;  $\lambda$  и  $\mu$  – постоянные Ламе ( $\mu$  – модуль сдвига);  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера.

Поскольку тензор напряжений симметричен (т.е.  $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ ), то лишь шесть из девяти компонент тензора являются независимыми. Дополнительное упрощение связано с тем фактом, что распространение волн является аксиально-симметричным. В этом случае удобно использовать полярные координаты  $(r, z, \theta)$ , где  $r$  и  $z$  – поперечная и продольная координаты;  $\theta$  – полярный угол. В силу симметрии задачи вектор скорости имеет лишь две компоненты: радиальную (поперечную) –  $v_r$  и продольную –  $v_z$ , и лишь четыре ненулевых компоненты тензора напряжений –  $\sigma_{rr}$ ,  $\sigma_{zz}$ ,  $\sigma_{\theta\theta}$  и  $\sigma_{rz}$ . При решении задачи необходимо учесть соответствующие условия на границах раздела (для невязкой жидкости это равенство нормальных напряжений и скоростей). Однако при численном моделировании этого можно избежать, если рассматривать совокупность однородных сред (металлический рефлектор и жидкость) как единую неоднородную среду. При таком описании предполагается, что граничные условия автоматически выполняются за счёт заданного на численной сетке неравномерного распределения материальных констант, представляемых через истинные локальные значения или с помощью арифметического осреднения по соседним точкам сетки. При моделировании использовался именно этот подход: параметры  $\rho$ ,  $\lambda$  и  $\mu$  считались кусочно-постоянными функциями координат. Постоянные в латунном рефлекторе были та-

кими: плотность  $\rho = 8600 \text{ кг}/\text{м}^3$ , скорость продольных волн  $c_l = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho} = 4430 \text{ м}/\text{с}$ , скорость сдвиговых волн  $c_s = \sqrt{\mu/\rho} = 2120 \text{ м}/\text{с}$ . Параметры воды принимались следующими:  $\rho = 1000 \text{ кг}/\text{м}^3$ , скорость звука  $c_l = 1500 \text{ м}/\text{с}$ . Сдвиговая упругость воды отсутствует (т.е.  $\mu = 0$ ). Вязкие напряжения считались пренебрежимо малыми.

Для численного интегрирования системы (2)–(3) входящие в неё дифференциальные уравнения заменялись конечно-разностными. При этом и в пространстве, и во времени использовались смешённые на полшага сетки, обеспечивающие 2-й порядок точности и устойчивость аппроксимации производных разностями [13, 14]. Начальные условия заключались в равенстве нулю всех компонент напряжения и скорости всюду, кроме малой области в районе внутреннего фокуса рефлектора. Указанная область в начальный момент времени выбиралась в виде сферы радиусом 1 мм, на границе которой задавалась нормальная скорость с временной зависимостью в виде однополярного импульса, моделирующего воздействие на жидкость парогазового пузырька, возникающего при электрическом пробое. Отражения от границ областей расчёта подавлялись путём использования идеально согласованных поглощающих слоёв (PML) [15].

Эксперименты проводились с использованием экспериментального электрогидравлического литотриптера в Лаборатории прикладной физики (APL) Университета (г. Сиэтл, штат Вашингтон). Этот литотриптер имеет те же геометрические размеры и характеристики, что и клинический литотриптер Dornier HM3 [16]. Поведение кавитационных пузырьков исследовалось посредством скоростной киносъёмки камерой IMACON 200 (DRS Technologies, Parsippany, NJ, USA). Схема экспериментальной установки приведена в верхней части рис. 1. Характерная последовательность скоростных фотографий кавитационных пузырьков в фокальной области литотриптера приведена на рис. 2. Видно, что хотя образуется большое число пузырьков, в выбранном режиме расстояние между ними достаточно велико по сравнению с их размерами. Это позволяет численно исследовать динамику пузырька. Заметим, что такие измерения для литотриптеров ранее не проводились. Анализ фотогра-

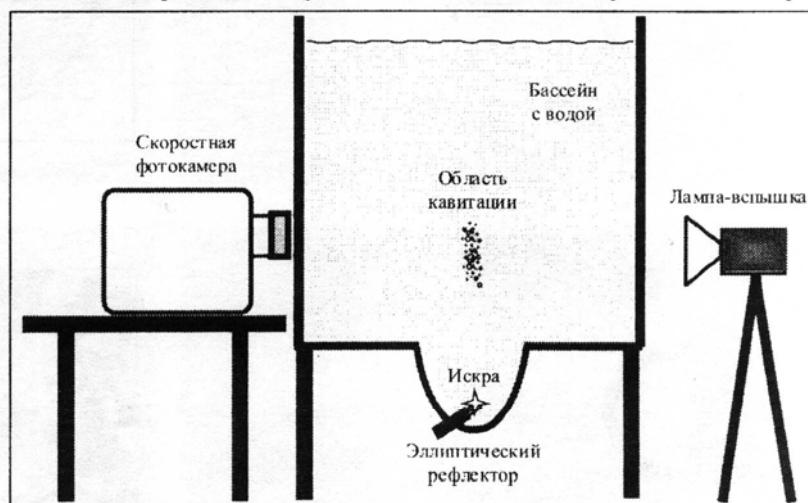


Рис. 1. Схема экспериментальной установки по исследованию кавитации, возникающей под действием фокусированной волны электрогидравлического литотриптера

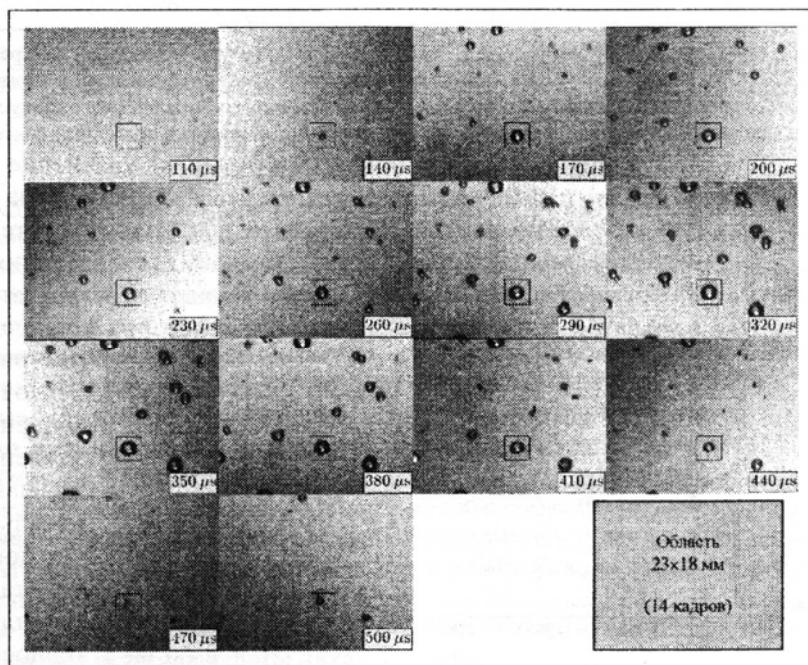


Рис. 2. Последовательность изображений пузырьков при скоростной фотосъёмке (в нижнем правом углу каждого кадра указано время с момента электрического разряда)

фий показал, что поведение радиуса пузырька в зависимости от времени является не таким, как это представлялось в предыдущих работах [11,12]. Оказалось, что поведение радиуса пузырька от времени на стадии его роста немонотонно.

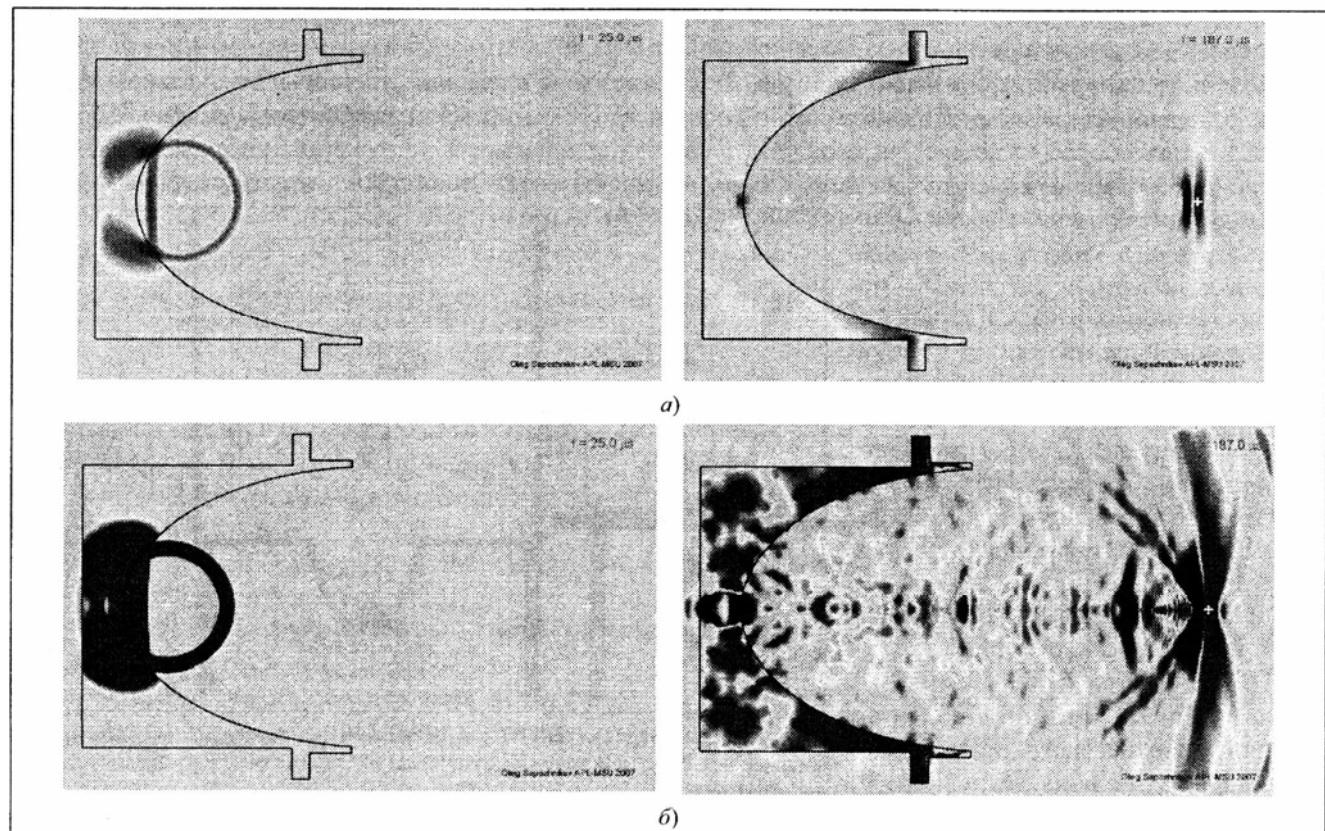


Рис. 3. Распределение акустического давления в жидкости и металлическом рефлекторе в характерные моменты времени (а) (слева – на начальном этапе отражения сферической импульсной волны от металлического рефлектора, справа – в момент достижения фокусированной отражённой волны точки геометрического фокуса) и при усилении сигналов в 10 раз, с целью показать наличие длинного «звона» из-за реверберации упругих волн в рефлекторе (б)

Для объяснения аномалий в поведении пузырька уравнение для радиуса (1) решалось не с использованием феноменологически заданного импульса литотриптера (как это обычно делается для простоты), а на основе расчёта акустического поля при полном учёте упругих процессов в рефлекторе. На рис. 3 показан характерный вид пространственного распределения акустического давления в жидкости и рефлекторе. Когда сферическая волна, возникающая в результате электрического разряда в жидкости, падает на рефлектор, в последнем происходит генерация продольных и сдвиговых волн. Эти волны переотражаются от границ рефлектора и порождают дополнительные акустические возмущения в жидкости («звук»). Акустическое давление, соответствующее указанному звуку, мало по сравнению с давлением в первоначально отраженном импульсе. Однако расчёт показал, что продолжительность «звучания» велика (рис. 3) (от нескольких сотен микросекунд до нескольких миллисекунд), а характерное давление составляет несколько атмосфер (график снизу на рис. 4). Поэтому влияние зона на поведение пузырька не является несущественным.

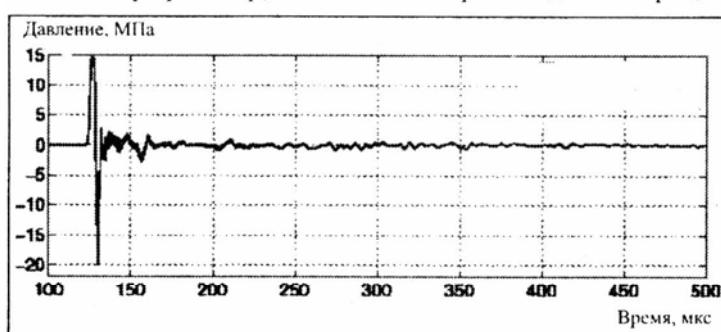


Рис. 4. Временная зависимость акустического давления в точке фокуса

Давление, МПа

15  
10  
5  
-5  
-10  
-15  
-20

100 150 200 250 300 350 400 450 500

Время, мкс

На рисунке 4 приведена временная зависимость акустического давления в точке фокуса. График показывает, что давление вначале падает до минимума (около -20 МПа) и затем колеблется между 0 и 5 МПа. Это свидетельствует о том, что давление в рефлекторе не остается постоянным, а имеет временные колебания, что может влиять на поведение пузырька.

Влияние «звона» рефлектора иллюстрирует рис. 5. На рис. 5,а представлены экспериментально измеренное, на основе фотосъёмки, значение радиуса пузырька как функции времени, а также характерный «провал» на этапе достижения пузырьком миллиметрового размера. На рис. 5,б показаны результаты расчёта зависимости радиуса пузырька от времени на основе уравнения (1) без учёта звона (кривая 1) и при учёте зона (кривая 2). Видно, что влияние звона рефлектора существенно: увеличивается и время наступления первого коллапса (с 340 до 450 мкс), и поведение радиуса пузырька на этапе достижения максимального значения. Примечательно, что наблюдается такой же провал, как и в эксперименте.

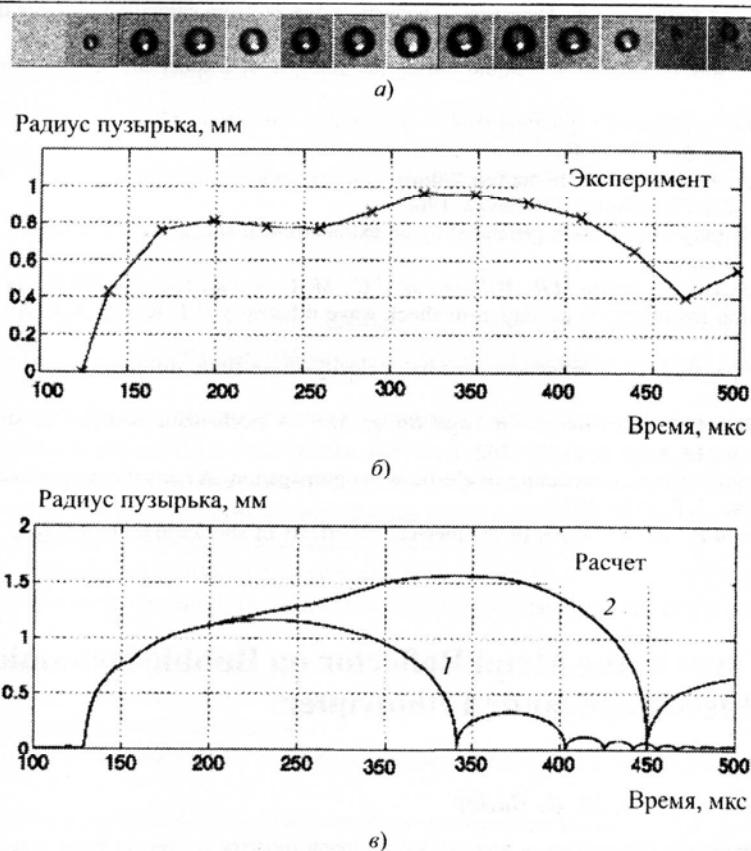


Рис. 5. Динамика кавитационного пузырька под воздействием мощного импульса литотриптера: а – последовательность фотографий одиночного пузырька в последовательные моменты времени; б – зависимость радиуса пузырька от времени, построенная по результатам фотосъёмки; в – теоретические временные зависимости радиуса пузырька: кривая 1 – без учёта «звона», вызванного упругими волнами в металлическом рефлекторе; кривая 2 – с учётом указанного «звона»

«Звон» рефлектора литотриптера качественно меняет динамику пузырьков. На это обстоятельство ранее не обращали внимания, поскольку считалось, что металлический рефлектор в силу большой разницы акустических импедансов на границе раздела «жидкость – металл» является идеальным отражателем. Проведённый а настоящей работе расчёт показал, что реверберация упругих возмущений в рефлекторе порождает в жидкости довольно продолжительные (более миллисекунды) акустические сигналы. Указанные сигналы не являются фокусированными, и давление в них превышает 1 атм. Это означает, что при наличии зародышей в среде может даже вызываться кавитация, т.е. происходить нежелательное разрушение здоровой ткани.

Исследованные процессы должны приниматься в расчёт при конструировании источников ударных волн и выборе оптимальных режимов работы литотриптеров.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, а также грантов NIH-DK43881, NSBRI-SMS00402, NIH-DK075090.

## ИТЕРАТУРА

- 1. Lingeman J.E. Extracorporeal shock wave lithotripsy. Development, instrumentation, and current status. *Urol. Clin. North Am.*, 1997. V. 24. P. 185–211.
- 2. Siroky, M.B., Oates, R.D., and Babayan, R.K. Handbook of urology: diagnosis and therapy. Lippincott: Williams & Wilkins. 2004.
- 3. Crum L.A. Cavitation microjets as a contributory mechanism for renal calculi disintegration in ESWL // *J. of Urology*. 1988. V. 140, P. 1587–1590.
- 4. Vogel A., and Lauterborn W. Acoustic transient generation by laser-produced cavitation bubbles near solid boundaries // *J. Acoust. Soc. Am.* 1988. V. 84. P. 719–731.
- 5. Coleman A.J., Choi M.J., and Saunders J.E. Detection of acoustic emission from cavitation in tissue during clinical extracorporeal lithotripsy // *Ultrasound Med. Biol.* 1996. V. 22. P. 1079–1087.
- 6. Lord Rayleigh. On the pressure developed in a liquid during the collapse of a spherical cavity // *Philosophical Magazine*. 1917. V. 34. P. 94–98.
- 7. Gilmore F.R. The growth or collapse of a spherical bubble in a viscous compressible liquid. California Institute of Technology. Pasadena, CA. 1952. Report. No. 26–4. P. 1–40.
- 8. Акуличев В.А. Пульсации кавитационных полостей // Физика и техника мощного ультразвука. Ч. IV. Т.2: Мощные ультразвуковые поля / под ред. Л.Д. Розенберга. М.: Наука. 1968.
- 9. Church C.C. A theoretical study of cavitation generated by an extracorporeal shock wave lithotripter // *J. Acoust. Soc. Am.* 1989. V. 86. P. 215–227.
- 10. Sapozhnikov O.A., Khokhlova V.A., Bailey M.R., Williams Jr. J.C., McAttee J.A., Cleveland R.O., and Crum L.A. Effect of overpressure and pulse repetition frequency on cavitation in shock wave lithotripsy // *J. Acoust. Soc. Am.* 2002. V. 112. No. 3. Pt. 1. P. 1183–1195.
- 11. Vireux J. P-SV wave propagation in heterogeneous media: Velocity-stress finite difference method // *Geophysics*. 1986. V. 51. No. 4. P. 889–901.
- 12. Sapozhnikov O.A., Maxwell A.D., MacConaghay B., and Bailey M.R. A mechanistic analysis of stone fracture in lithotripsy // *J. Acoust. Soc. Am.* 2007. V. 112. No. 2. P. 1190–1202.
- 13. Wang T. and Tang X. Finite-difference modeling of elastic wave propagation: A nonsplitting perfectly matched layer approach // *Geophysics*. 2003. V. 68. No. 5. P. 1749–1755.
- 14. Howard D.D. and Sturtevant B. *In vitro* study of the mechanical effects of shockwave lithotripsy // *Ultrasound Med. Biol.* 1997. V. 23. P. 1107–1122.

## Effect of Elastic Waves in the Metal Reflector on Bubble Dynamics at the Focus of an Electrohydraulic Lithotripter

© Authors, 2009

**O.A. Sapozhnikov, W. Kreider, M. R. Bailey**

In extracorporeal electrohydraulic lithotripters, a hemi-ellipsoidal metal reflector is used to focus a spherical wave generated by an electrical discharge. The spark source is positioned at one of the ellipsoid foci; this makes the reflected wave focused at the other focus. Despite the common assumption that the reflector behaves as a rigid mirror, the true reflection phenomenon includes the generation and reverberation of elastic waves in the reflector, which reradiate to the medium. Although these waves are much lower in amplitude than the specularly reflected wave, they may influence cavitation. To explore such effects, waves in water and a brass reflector were modeled in finite differences based on the linearized equations of elasticity. The bubble response was simulated based on a Rayleigh-type equation for the bubble radius. It is shown that the elastic waves in the reflector give rise to a long "ringing" tail, which results in nonmonotonic behavior of the bubble radius during its inertial growth after shock wave passage. This numerical result is qualitatively confirmed by experimental observations of bubble behavior using high-speed photography.