

## ИЗМЕРЕНИЕ РАДИАЦИОННОЙ СИЛЫ МЕГАГЕРЦЕВОГО УЛЬТРАЗВУКА, ДЕЙСТВУЮЩЕЙ НА ТВЕРДОТЕЛЬНЫЙ СФЕРИЧЕСКИЙ РАССЕЙВАТЕЛЬ

© 2016 г. А. В. Николаева\*, С. А. Цысарь\*, О. А. Сапожников\*, \*\*

\*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова  
119991 ГСП-1, Москва, Ленинские горы

E-mail: niko200707@mail.ru

\*\*Центр промышленного и медицинского ультразвука,  
Лаборатория прикладной физики, университет штата  
Вашингтон, Сизтл, WA 98105, США

Поступила в редакцию 25.03.2015 г.

Рассматривается проблема прецизионного измерения акустической радиационной силы при падении ультразвукового пучка на мишени в виде твердотельных сферических рассеивателей. На основе известных аналитических соотношений разработана расчетная численная модель для разных размеров сферических рассеивателей и произвольных частот падающей акустической волны. Предложен новый метод измерения радиационной силы, основанный на принципе акустической эхолокации. Экспериментально измерена радиационная сила в широком диапазоне интенсивностей падающей волны с использованием двух выбранных методов, различающихся по способу контроля положения мишени.

*Ключевые слова:* радиационная сила, рассеяние волн, акустические пучки.

DOI: 10.7868/S0320791916010056

### ВВЕДЕНИЕ

Возникновение акустической радиационной силы является нелинейно-акустическим эффектом, обусловленным передачей количества движения волны поглощающим или рассеивающим объектам [1–3]. Подобный эффект широко известен для электромагнитных волн, особенно в оптике, где он называется давлением света. Наглядной демонстрацией проявления радиационной силы ультразвука является эффект “акустического фонтана” — явление возникновения гидродинамической струи при фокусировке ультразвукового пучка на свободную поверхность жидкости [4, 5]. Радиационная сила позволяет также реализовать левитацию мелких частиц и микропузырей или создавать гидродинамические потоки в жидкости (акустические течения) за счет поглощения жидкостью ультразвукового пучка [6–9]. Явление акустической радиационной силы достаточно широко используется на практике. Так, указанный эффект используют в современной ультразвуковой метрологии для измерения акустической мощности терапевтических и диагностических источников [10]. В последнее время развиваются и другие приложения эффекта радиационной силы: примером является разработка ультразвуковых устройств для дистанционного перемещения камней в почках человека [11]. Поскольку соответствующие си-

лы относительно малы, актуальной является разработка прецизионных методов измерения малых сил.

Теоретические модели, описывающие явление радиационной силы, в настоящее время достаточно разработаны. Отдельно можно выделить случай частиц, диаметр которых намного меньше длины волны; при этом теория радиационной силы заметно упрощается [12]. Однако на практике размеры рассеивающих объектов часто сравнимы или больше длины волны. В данной работе рассматривается именно этот случай. Для таких ситуаций также развиты методы аналитического расчета величины радиационной силы [13–17]. Кроме того, описаны эффекты и получены выражения для нахождения силы при учете вязкости окружающей жидкости [18].

Наряду с разработкой аналитических моделей развивались и различные численные методы расчета радиационной силы. Многим авторам удалось определить значение силы, которое с хорошей точностью согласуется с теоретически полученными данными. Таким образом, хорошо развитый математический аппарат открывает большие возможности в практическом применении рассматриваемого явления, для которого, несомненно, важным является вопрос проведения прецизионных экспериментальных измерений величины радиационной силы. В работе [19] описан один из первых экспери-

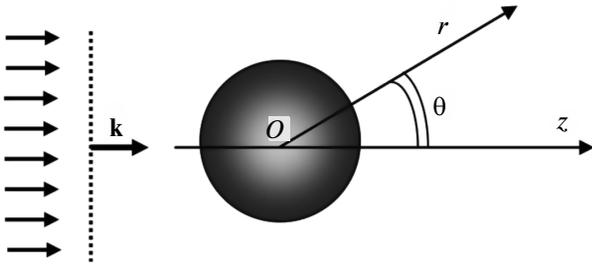


Рис. 1. Геометрия задачи рассеяния плоской волны на сфере.

ментов по измерению радиационной силы, оказываемой плоской бегущей волной. Все измерения проводились для диапазона частот 450 кГц–1 МГц. Полученные экспериментальные точки совпадают в пределах погрешности 3% с теоретическими результатами, полученными в работе [14] с учетом упругости рассеивателя. Впоследствии были предложены различные модификации экспериментальных установок и методов измерения силы [20–22], каждая из которых имеет свои плюсы и свои ограничения. Однако, несмотря на то, что проведенные эксперименты дают достаточно хорошее совпадение с теоретическими результатами, проблемным все еще является получение прецизионных и предсказуемых значений силы. Эта проблема и является основной в данной статье.

В настоящей работе на основе известных аналитических соотношений разработана расчетная численная модель для сферических рассеивателей разных размеров и произвольных частот падающей акустической волны. Подробно описаны экспериментальные исследования по измерению радиационной силы в широком диапазоне интенсивностей падающей волны с использованием двух выбранных методов, различающихся по способу контроля положения мишени. В работе приведены схемы экспериментальных установок, методы измерения радиационной силы, графически представлены полученные экспериментальные данные и проведен анализ результатов.

## ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ АКУСТИЧЕСКОЙ РАДИАЦИОННОЙ СИЛЫ. ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ

Следуя [14, 17], приведем кратко основные сведения об используемой в данной работе теоретической модели для нахождения величины радиационной силы, действующей на упругий сферический рассеиватель в жидкости. Для определения радиационной силы, действующей на некоторое препятствие, необходимо учитывать изменение импульса волны, связанное с рассеянием волны на этом препятствии. В связи с этим алгоритм расчета состоит из двух основных этапов: сначала решается задача о рассеянии звука на сфере, а затем полученные дан-

ные для рассеянной волны используются для расчета радиационной силы.

Будем считать, что окружающая рассеиватель среда является идеальной жидкостью с плотностью  $\rho$  и скоростью распространения звука в ней  $c$ . Начало координат поместим в центр рассматриваемой сферы (рис. 1).

Пусть на сферу радиуса  $a$  падает плоская гармоническая волна с частотой  $f = \omega/(2\pi)$  и волновым числом  $k = \omega/c$ . В этом случае акустическое давление  $p'(\mathbf{r}, t)$  и колебательная скорость частиц  $\mathbf{v}'(\mathbf{r}, t)$  запишутся в виде

$$p' = \frac{P}{2} e^{-i\omega t} + \frac{P^*}{2} e^{i\omega t}, \quad \mathbf{v}' = \frac{\mathbf{V}}{2} e^{-i\omega t} + \frac{\mathbf{V}^*}{2} e^{i\omega t}, \quad (1)$$

где  $P$  и  $\mathbf{V}$  – комплексные амплитуды давления и скорости соответственно. Комплексная амплитуда давления  $P$  является решением уравнения Гельмгольца  $\Delta P + k^2 P = 0$ . Полное акустическое поле есть сумма падающей и рассеянной волн:  $P = P_{\text{inc}} + P_{\text{sc}}$ , где  $P$ ,  $P_{\text{inc}}$  и  $P_{\text{sc}}$  – комплексные амплитуды полного, падающего и рассеянного на препятствии полей соответственно. Выражение для амплитуды плоской волны  $P_{\text{inc}}$  в сферических координатах представимо в виде ряда [23]

$$P_{\text{inc}} = p_0 e^{ikr \cos \theta} = p_0 \sum_{n=0}^{\infty} i^n (2n+1) j_n(kr) P_n(\cos \theta), \quad (2)$$

где  $r$  и  $\theta$  – сферические координаты (рис. 1),  $j_n(\zeta) = \sqrt{\pi/(2\zeta)} J_{n+1/2}(\zeta)$  – сферическая функция Бесселя,  $P_n(\cos \theta)$  – полином Лежандра. Рассеянное поле  $P_{\text{sc}}$ , в свою очередь, представимо в виде разложения [23]

$$P_{\text{sc}} = p_0 \sum_{n=0}^{\infty} b_n h_n^{(1)}(kr) P_n(\cos \theta), \quad (3)$$

где  $h_n^{(1)}(kr) = j_n(kr) + iy_n(kr)$  – функция Ханкеля 1-го рода,  $y_n(\zeta) = \sqrt{\pi/(2\zeta)} Y_{n+1/2}(\zeta)$ ,  $Y_n(\zeta)$  – функция Неймана. Коэффициенты  $b_n$ , характеризующие рассеяние акустической волны, находятся из граничных условий на поверхности рассеивателя. Поскольку жидкость считается невязкой, указанные условия заключаются в непрерывности нормальных компонент скорости и напряжений, а также отсутствии касательного напряжения на поверхности рассеивателя. Для твердотельного сферического рассеивателя с плотностью  $\rho^*$ , продольной  $c_l$  и поперечной  $c_t$  скоростями распространения звука в материале рассеивателя коэффициент  $b_n$  с учетом граничных условий запишется следующим образом:

$$b_n = - \frac{F_n j_n(ka) - ka j_n'(ka)}{F_n h_n^{(1)}(ka) - ka h_n^{(1)'}(ka)}, \quad (4)$$

где  $F_n$  – функция, зависящая от  $\rho^*/\rho$ ,  $c_l/c$  и  $c_t/c$  [14]:

$$F_n = \frac{1}{2\rho^*} x_2^2 \frac{x_1 j_n'(x_1) - j_n(x_1)}{x_1^2 [\sigma(1 - 2\sigma)j_n(x_1) - j_n''(x_1)]} \frac{2n(n+1)j_n(x_2)}{(n+2)(n-1)j_n(x_2) + x_2^2 j_n''(x_2)}, \quad (5)$$

где  $\rho$  – плотность окружающей жидкости,  $x_1 = \frac{\omega}{c_l} a$ ,  $x_2 = \frac{\omega}{c_t} a$ ,  $\sigma$  – коэффициент Пуассона для твердого тела. В частном случае абсолютно жесткого рассеивателя  $F_n = 0$ , что приводит к значению коэффициента при рассеянии плоской волны на жесткой сфере  $b_n = -\frac{j_n'(ka)}{h_n^{(1)'}(ka)}$  [23]. Получен-

ное выражение для полного поля  $P = P_{inc} + P_{sc}$  при рассеянии акустической волны на упругой сфере учитывает возбуждение продольных и сдвиговых волн внутри рассеивателя:

$$P = p_0 \sum_{n=0}^{\infty} i^n (2n+1) [j_n(kr) + b_n h_n^{(1)}(kr)] P_n(\cos\theta) \quad (6)$$

и позволяет рассчитать величину акустической радиационной силы, действующей на сферический рассеиватель со стороны плоской волны.

Вторым этапом является непосредственный расчет радиационной силы на базе решенной задачи рассеяния. Радиационная сила в линейной акустике является квадратичной величиной от акустических возмущений, и для ее определения необходимо учитывать величины 2-го порядка малости, не обращающиеся в нуль после усреднения по времени. В квадратичном приближении радиационная сила записывается в виде интеграла по замкнутой поверхности  $S$ , содержащей в себе исследуемый рассеиватель [24]:

$$\mathbf{F} = \left\langle \oint\oint [L\mathbf{n} - \rho \mathbf{v}'(\mathbf{v}' \cdot \mathbf{n})] dS \right\rangle, \quad (7)$$

где  $L = \rho \mathbf{v}'^2/2 - p'^2/(2\rho c^2)$ ,  $\mathbf{n}$  – вектор внешней нормали к элементу поверхности  $dS$ ,  $\mathbf{v}'$  и  $p'$  – соответственно колебательная скорость и акустическое давление, найденные из решения задачи рассеяния, скобки  $\langle \cdot \rangle$  означают усреднение по периоду волны.

В случае гармонической волны (1) выражение (7) переписывается через комплексные амплитуды давления  $P$  и скорости  $\mathbf{V} = \nabla P/(i\rho\omega)$ :

$$\mathbf{F} = \oint\oint \left[ \left( \frac{\rho |\mathbf{V}|^2}{4} - \frac{|P|^2}{4\rho c^2} \right) \mathbf{n} - \frac{\rho}{2} \text{Re} \left[ \mathbf{V}^* (\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) \right] \right] dS. \quad (8)$$

В случае сферического рассеивателя искомая радиационная сила  $\mathbf{F}$  действует вдоль оси распро-

странения волны  $z$  и имеет единственную компоненту  $F_z$  (в общем случае радиационная сила имеет все три компоненты). Аналитическое выражение для компоненты  $F_z$  представлено в работе [25].

Для численного расчета на языке Fortran с использованием приведенных выше формул была написана программа по определению радиационной силы, действующей на упругий сферический рассеиватель в жидкости. В программе задаются параметры рассеивателя, такие как плотность, радиус, скорость продольных и сдвиговых волн в материале рассеивателя, а также параметры окружающей жидкости  $c = 1500$  м/с,  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup> (вода). При расчетах считается, что окружающая жидкость идеальная, т.е. не учитывается вязкость и теплопроводность среды. Для нахождения силы используется выражение (8), записанное для компоненты силы  $F_z$ . При численном расчете таких величин, как амплитуды давления и колебательной скорости, суммирование производится от 0 до некоторого конечного числа  $N = 3...5 ka$ .

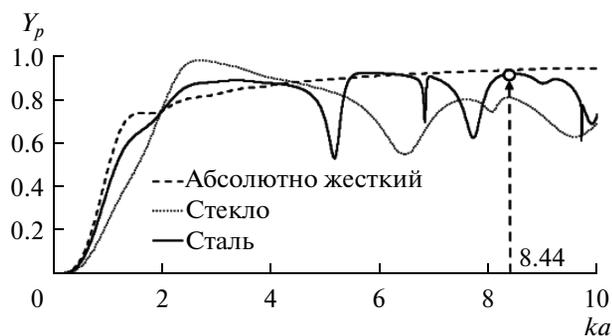
Так как радиационная сила, действующая на рассеиватель, зависит от интенсивности падающей волны, то для удобства анализа в расчетах вводится безразмерная величина  $Y_p$  – удельная радиационная сила, которая определяется как

$$Y_p = F_z c / (I \pi a^2), \quad (9)$$

где  $I$  – интенсивность падающей волны,  $c$  – скорость звука в жидкости,  $a$  – радиус рассеивателя.

График на рис. 2 показывает зависимость нормированной величины  $Y_p$  от безразмерного параметра  $ka$ . На нем представлены зависимости для шариков, сделанных из разных материалов – стали и стекла, а также для абсолютно жесткого рассеивателя. Параметры материалов, использованные в расчетах: для стали скорость продольных волн  $c_l = 5240$  м/с, скорость сдвиговых волн  $c_t = 2978$  м/с, для стекла  $c_l = 5570$  м/с,  $c_t = 3515$  м/с. Таким образом, программа позволяет рассчитать величину радиационной силы для сферических рассеивателей любого радиуса и плотности при известных параметрах плоской акустической волны, таких как частота и интенсивность излучения.

Рассчитанные кривые  $Y_p = Y_p(ka)$  совпадают с зависимостями, полученными ранее для тех же



**Рис. 2.** Зависимость удельной радиационной силы от безразмерного параметра  $ka$  для различных рассеивателей. Параметры иммерсионной жидкости:  $c = 1500$  м/с,  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup> (вода). Кружок на кривой для стального шарика соответствует проведенному эксперименту; при этом  $ka = 8.44$  и  $Y_p = 0.92$ .

материалов авторами других работ [21, 22]. Из графиков видно, что в случае абсолютно жесткого рассеивателя с увеличением частоты удельная радиационная сила быстро растет, однако после достижения частотой значения, при котором радиус рассеивателя становится порядка длины волны, рост замедляется и наступает насыщение: величина  $Y_p$  практически не зависит от частоты падающей плоской волны. Для стекла и нержавеющей стали картина несколько иная. Для них можно отчетливо наблюдать локальные провалы кривой  $Y_p(ka)$ , которые соответствуют резонансным упругим колебаниям шарика на соответствующих частотах.

При проведении экспериментов акустические параметры материала рассеивателя могут несколько отличаться от табличных значений, что может сказаться на точности теоретического расчета величины силы в тех случаях, когда частота волны близка к частоте какого-либо резонанса. Для того чтобы избежать связанных с этим ошибок, желательно выбрать частоту волны на плавном участке кривой  $Y_p(ka)$ . Это требование было учтено при выборе рабочей частоты излучателя  $f$  и радиуса использованного в качестве рассеивателя стального шарика  $a$  в описанных ниже экспериментах. Основываясь на рассчитанных теоретических зависимостях и с учетом величины рабочей частоты источника  $f = 1.119$  МГц, в качестве мишени был выбран стальной шарик радиусом  $a = 1.8$  мм. При этом значение волнового размера рассеивателя  $ka = 8.44$  соответствует плавному участку зависимости  $Y_p(ka)$  (рис. 2). Отметим, что величина нормированной радиационной силы  $Y_p = 0.92$  в этом случае оказывается близкой к ее величине для абсолютно жесткого рассеивателя.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗМЕРЕНИЕ РАДИАЦИОННОЙ СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩЕЙ НА ТВЕРДОТЕЛЬНО УПРУГИЙ РАССЕИВАТЕЛЬ

Теоретическая модель позволяет с высокой точностью рассчитать величину силы, действующей на сферическое препятствие. Однако важной проблемой, как уже упоминалось, является возможность проведения прецизионных измерений радиационной силы. Для проведения подобных измерений необходимо удовлетворить нескольким условиям: во-первых, нужно подавить возможное влияние гидродинамических потоков, которые неизбежно возникают в интенсивных полях; во-вторых, требуется обеспечить условие падения на рассеиватель плоской волны.

В работе устранение гидродинамических потоков достигается внесением в экспериментальную установку тонкой звукопрозрачной пленки непосредственно перед рассеивателем.

Выполнение условия плоской волны осуществляется, во-первых, путем использования специального поглотителя для устранения ревербераций. Во-вторых, сферический рассеиватель располагается в однородной на масштабе мишени области поля. Для того чтобы точно определить эту область расположения рассеивателя, необходимо знать распределение амплитуды давления поля в широком диапазоне расстояний от источника. Для этого можно использовать метод акустической голографии [26–28]. Метод заключается в измерении амплитуды и фазы давления вдоль некоторой выбранной контрольной поверхности и расчете акустического поля на излучателе путем решения обратной задачи излучения с использованием интеграла Рэлея:

$$V(\mathbf{r}) = \frac{i\omega\rho_0}{2\pi} \int P(\mathbf{r}') \frac{e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dS', \quad (10)$$

где  $V(\mathbf{r}), P(\mathbf{r}')$  — комплексные амплитуды нормальной компоненты колебательной скорости на поверхности источника и акустического давления на контрольной плоскости соответственно,  $dS'$  — элемент площади интегрирования вдоль контрольной поверхности. Зная распределение на поверхности излучателя, не составляет трудности путем решения прямой задачи определить поле излучателя в любой точке пространства. Именно изложенный выше метод был использован для определения поля пьезокерамического плоского излучателя (рабочая частота 1.119 МГц, диаметр 100 мм), используемого в эксперименте по определению радиационной силы. Процедура измерения поля подробно изложена в работах [26, 28]. В результате по восстановленному методом акустической голографии полю источника было выбрано используемое в эксперименте расстояние  $z = 325$  мм на оси излучателя (рис. 3). Поле в неко-

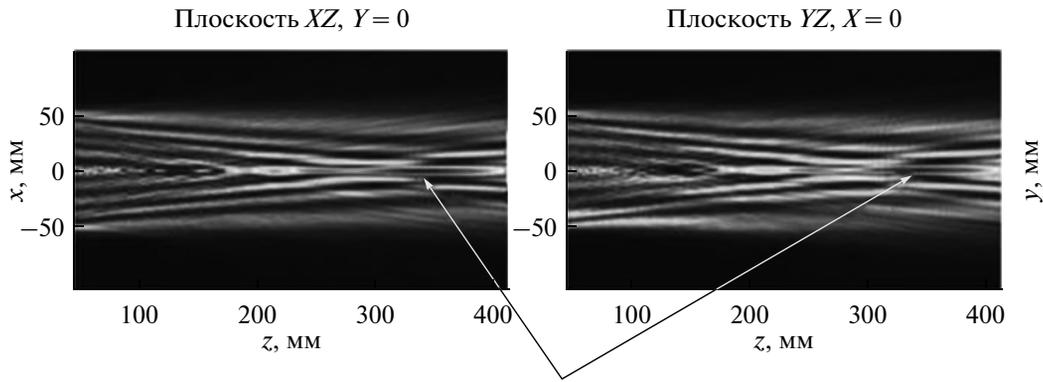


Рис. 3. Двумерные картины распределения амплитуды акустического давления поля плоского источника в двух плоскостях  $(x, z)$ ,  $(y, z)$  при расстоянии  $z$  от источника от 0 до 400 мм. Стрелками показана интересующая нас область.

торой области вокруг этой точки (порядка 10 мм в поперечном и 70 мм в продольном направлении относительно оси излучателя) является однородным, что позволяет использовать предположение о плоской волне.

Еще одним важным аспектом прецизионных измерений является метод крепления рассеивателя в экспериментальной установке. На первых этапах экспериментального исследования использовался способ, предложенный в ряде предшествующих работ – метод подвешивания на нерастяжимой нити [20]. Метод заключается в подвешивании шарика на тонкой нити, которая приклеивается к нему. Для того чтобы отклонение шарика происходило лишь вдоль одного направления, подвес осуществлялся на нити, сложенной в виде буквы “V”. При этом нижняя точка “V” приклеивалась к верхней точке исследуемого шарика.

Такой способ крепления является высоко чувствительным к малым смещениям шарика от положения равновесия. Однако имеется и недостаток. Как говорилось выше, при экспериментальном исследовании очень важно знать область поля, в которой находится рассеиватель. Достаточно просто следить за полем, если рассеиватель при любом смещении находится на оси излучателя. Рассеиватель, подвешенный на тонких нитях, при отклонении от положения равновесия начинает подниматься относительно уровня оси, причем чем больше величина радиационной силы, тем сильнее смещение от оси (рис. 4а). Тем не менее, при малых осевых смещениях вертикальная компонента смещения мала и эффект выражен слабо, что дает возможность проведения измерений. При таком подходе измерение смещения рассеивателя под действием акустической волны проводится с помощью лазерного луча (рис. 5), что позволяет затем рассчитать величину силы по достаточно простой формуле:

$$F_{\text{rad}} = \frac{4}{3} \pi a^3 (\rho - \rho_w) g \frac{\Delta x}{l}, \quad (11)$$

где  $a$  – радиус рассеивателя,  $\rho$  – плотность рассеивателя,  $\rho_w$  – плотность жидкости,  $\Delta x$  – смещение рассеивателя от положения равновесия,  $l$  – длина нитей,  $g$  – ускорение свободного падения.

В серии экспериментов, проведенных в разные дни, были получены зависимости радиационной силы, действующей на мишень, от мощности на излучателе, которые, согласно теории, должны иметь линейный характер (рис. 6). В экспериментах была подтверждена линейная зависимость, однако в разные дни проведения эксперимента были получены разные наклоны прямых. Указанный разброс может быть объяснен, в первую очередь, неточностью в установке рассеивателя в одной и той же области поля при каждом повторном проведении эксперимента.

Для повышения точности измерения силы и повторяемости позиционирования рассеивателя была выбрана альтернативная схема крепления рассеивателя (рис. 4б). Шарик не подвешивается,

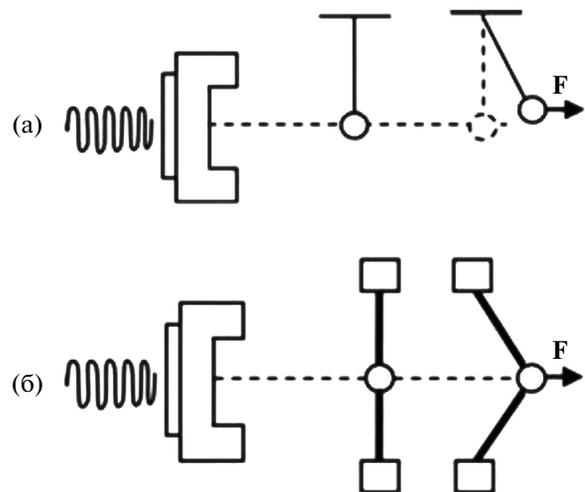
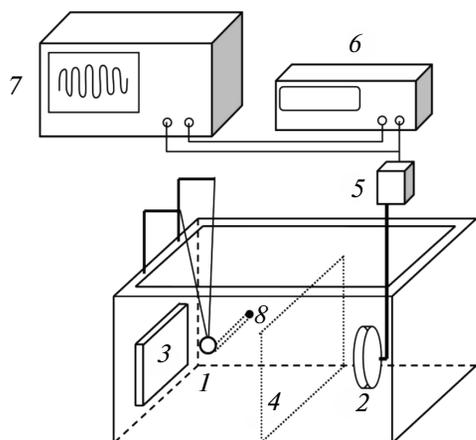


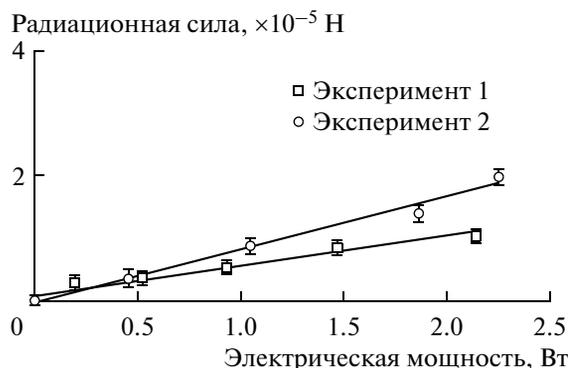
Рис. 4. Методы крепления рассеивателя в экспериментальной установке: (а) на тонких нерастяжимых нитях, (б) на четырех упругих нитях.



**Рис. 5.** Схема экспериментальной установки с методом измерения смещения рассеивателя с помощью лазерного луча. Упругий стальной рассеиватель 1 радиуса  $a = 1.8$  мм, акустический преобразователь 2 с рабочей частотой  $f = 1.119$  МГц и диаметром  $d = 10$  см, акустический поглотитель 3, тонкая звукопрозрачная пленка 4, усилитель сигналов 5 мощностью 9 Вт с рабочим диапазоном частот 1–5.5 МГц, генератор сигналов 6 Agilent 33250 A, выдающий непрерывный гармонический сигнал, осциллограф 7, лазер 8.

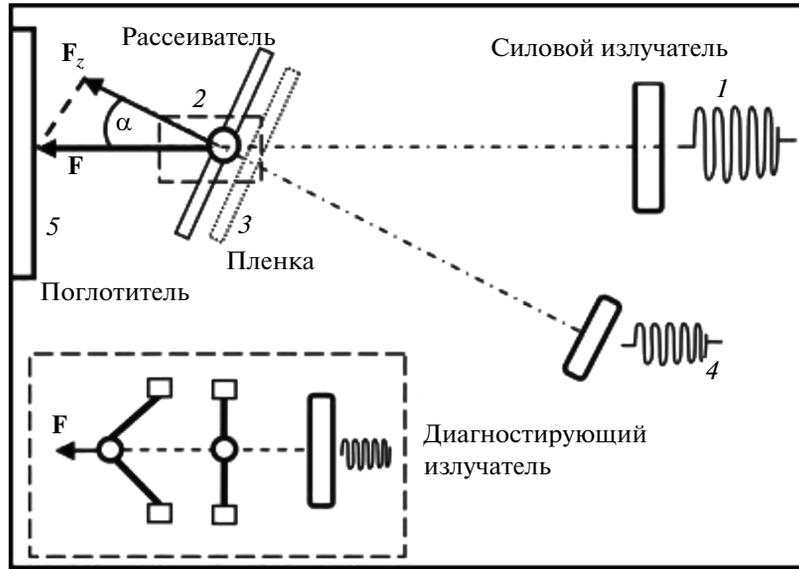
а закрепляется на четырех упругих резиновых нитях. Эти нити приклеиваются к рассеивателю с четырех сторон. Вся система установлена в жесткой кольцевой раме, положение которой, в свою очередь, задается системой позиционирования с микрометрическими винтами с точностью установки 0.01 мм. В такой системе сферичность рассеивателя нарушена несколько больше, чем в предыдущей, так как количество мест приклеивания увеличилось. Метод крепления на четырех резиновых нитях также обладает высокой чувствительностью к малым смещениям рассеивателя (при использовании достаточно мягких резинок). Кроме того, преимуществом является отсутствие смещения рассеивателя от оси излучателя под воздействием акустической силы. Упругие нити подбирались такими, чтобы они не вносили искажений в структуру поля, а размер кольцевой рамы выбирался большим, чем диаметр пучка в исследуемой области. Таким образом, выбор типа подвеса, способа крепления и определение оптимальной области поля позволяют говорить о максимальном приближении экспериментальных условий к использованному при построении численной модели (сферический рассеиватель в поле плоской волны).

Для повышения точности метод измерения смещения также изменен по сравнению с традиционным оптическим. Используется принцип ультразвуковой эхолокации (рис. 7). В бассейне с водой помещается рассеиватель, закрепленный в кольцевой раме на четырех упругих нитях. Рама жестко крепится к механической системе позиционирования. На расстоянии 325 мм от центра

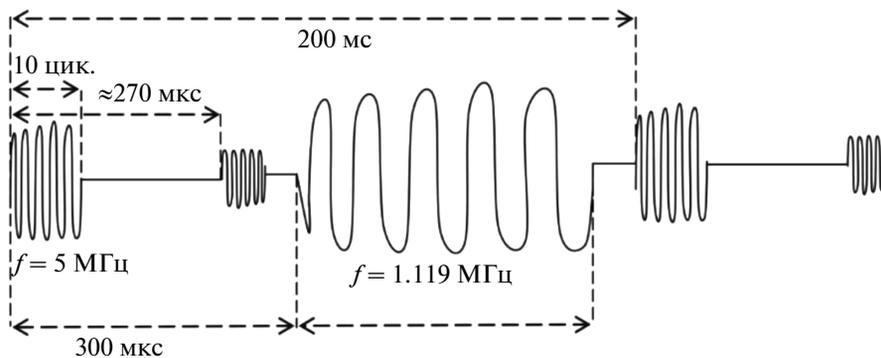


**Рис. 6.** Зависимость акустической радиационной силы от электрической мощности, подаваемой на акустический преобразователь (измерение смещения лазером). Эксперименты проведены в разные дни. Для графика с квадратными экспериментальными точками коэффициент прямой  $k_1 = 0.483 \times 10^{-5}$  Н/Вт, с круглыми –  $k_2 = 0.828 \times 10^{-5}$  Н/Вт.

рассеивателя находится источник силового “толкающего” пучка, излучающий на частоте 1.119 МГц. Под некоторым углом к рассеивателю на расстоянии 195 мм от него расположен диагностирующий излучатель, соединенный с автоматической системой позиционирования (Velmex Unislide VP9000, США) с шаговыми двигателями с точностью установки положения по трем осям 2.5 мкм и вертикального поворота 0.01 градуса. Расстояние между рассеивателем и диагностирующим излучателем было выбрано таким образом, чтобы расположение диагностирующего излучателя не влияло на структуру силового пучка. В качестве диагностического преобразователя использовался плоский широкополосный излучатель диаметром 13 мм (Panametrics M109SM, Olympus Corp., Япония). Для увеличения отраженного от мишени сигнала применялась фокусировка, которая обеспечивалась использованием акустической линзы. Процесс измерения осуществляется следующим образом. Генератор сигналов (HP 33120A) посылает короткий радиоимпульс, состоящий из 10 периодов частоты 5 МГц, на диагностирующий преобразователь и на осциллограф (Tektronix TDS 520A, США) для контроля. На этот же осциллограф подается синхроимпульс с другого генератора (Agilent 33250A), тем самым обеспечивая запуск силового импульса в необходимый промежуток времени и необходимой длительности. Время задержки отраженного диагностирующего сигнала при отклонении рассеивателя измеряется на осциллографе. Таким образом, один цикл работы системы состоит из следующих элементов, указанных на рис. 8. Циклы следуют с частотой 5 Гц, что соответствует длительности одного цикла 200 мс. Из них 190 мс излучается импульс с частотой 1.119 МГц, оказывающий силовое воздействие на



**Рис. 7.** Схема экспериментальной установки с акустическим методом измерения смещения рассеивателя. Силовой источник 1 с резонансной частотой  $f = 1.119$  МГц, стальной сферический рассеиватель 2, звукопрозрачная пленка 3, диагностирующий излучатель 4 с рабочей частотой  $f = 5$  МГц и поглотитель 5 для устранения ревербераций акустической волны.



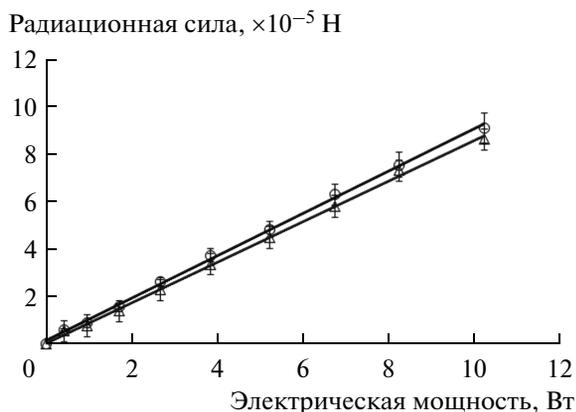
**Рис. 8.** Один цикл работы экспериментальной установки по измерению смещения акустическим методом. Диагностирующий импульс состоит из 10 периодов, с задержкой на 270 мкс от него – отраженный от рассеивателя импульс, силовой импульс состоит из 212610 периодов.

рассеиватель. В течение последующих 300 мкс работает диагностирующий излучатель, посылающий последовательные короткие импульсы и принимающий соответствующие эхосигналы (отражения от шарика). За несколько первых циклов частоты 5 Гц рассеиватель смещается относительно своего положения равновесия на некоторое расстояние, определяемое силой воздействия и упругостью нитей. Изменение времени прихода отраженных диагностических импульсов позволяет отслеживать это смещение с высокой точностью.

Величина радиационной силы при креплении рассеивателя на упругих нитях определяется по известному значению смещения в соответствии с законом Гука:

$$F_{\text{рад}} = -kd, \tag{12}$$

где  $k$  – эффективный коэффициент жесткости всех четырех нитей,  $d$  – смещение. При этом небольшую поправку в величину измеренной радиационной силы вносит геометрия эксперимента (рис. 7). Так как диагностический излучатель расположен под углом  $\alpha$  к направлению распространения волны, то величина смещения, измеряемая им, пропорциональна некоторой компоненте радиационной силы, действующей на шарик. В общем случае восстановление реальной величины радиационной силы может оказаться достаточно сложной задачей. Однако в случае плоской волны радиационная сила, действующая на рассеиватель, находится из соотношения  $F = \frac{F_z}{\cos \alpha}$ , где  $F_z$  – сила, рассчитанная по формуле (12). Опреде-



**Рис. 9.** Зависимость радиационной силы от электрической мощности, подаваемой на преобразователь (измерение смещения методом эхолокации). Эксперименты проведены в разные дни. Для графика с треугольными экспериментальными точками коэффициент прямой  $k_1 = 0.890 \times 10^{-5}$  Н/Вт, с круглыми –  $k_2 = 0.854 \times 10^{-5}$  Н/Вт.

ление угла  $\alpha$  в эксперименте проводилось путем фотографирования установки сверху и измерения соответствующего угла. Он оказался равным  $\alpha_1 = (33.0 \pm 0.5)^\circ$  при проведении первого эксперимента и  $\alpha_2 = (36.5 \pm 0.5)^\circ$  во втором эксперименте.

Существует немало различных методов определения эффективного коэффициента жесткости  $k$ . В эксперименте был выбран подход, также основанный на явлении радиационной силы и принципе эхолокации. При креплении рассеивателя на четырех упругих нитях система представляет собой колебательную систему, собственная частота которой зависит от жесткости нитей и эффективной массы рассеивателя  $\omega_0 = 2\pi f = \sqrt{k/m}$ . Эффективная масса рассеивателя складывается из собственной массы ( $m_0 = (710 \pm 5)$  мг) и присоединенной массы, возникающей вследствие обтекания рассеивателя потоком жидкости ( $\Delta m = \frac{4}{3}\pi a^3 \frac{\rho_0}{2} = (46 \pm 5)$  мг). Таким образом, по известным значениям эффективной массы и частоты собственных колебаний системы достаточно легко рассчитать эффективную жесткость нитей.

Для генерации колебаний системы используется импульсное воздействие также с помощью радиационной силы. При таком воздействии система откликается колебаниями на собственной частоте. Измерение смещений рассеивателя в процессе колебаний производится принципом эхолокации зондирующими импульсами, как было описано выше. Собственная частота колебаний рассеивателя определяется путем квадратурной обработки полученных сигналов, в которой

основным измеряемым параметром является медленно меняющаяся во времени фаза сигнала.

В разные дни были проведены эксперименты по измерениям радиационной силы и эффективной жесткости нитей вышеописанным методом. Получено, что радиационная сила, действующая на шарик при электрической мощности  $W \approx 11$  Вт, соответствует смещению рассеивателя  $x \approx 0.3$  мм.

При измерениях со стальным сферическим рассеивателем, закрепленным на четырех упругих нитях, найденный эффективный коэффициент жесткости  $k = \omega_0^2 m = (0.215 \pm 0.007)$  кг/с<sup>2</sup>. При этом в обоих экспериментах подтверждена линейная зависимость радиационной силы от мощности излучения (экспериментальные точки аппроксимируются прямой с коэффициентом достоверности аппроксимации  $R^2 = 0.998$ ), и полученная относительная ошибка измерений составляет не более 5–7%, в отличие от 12–15% для метода подвеса на двух тонких нитях. Отметим также, что коэффициент наклона прямой, полученный при измерении смещения рассеивателя акустическим методом, а также при подвесе на четырех упругих нитях, оказался очень близок к коэффициенту, полученному при измерениях смещения рассеивателя на тонких нитях оптическим способом.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной статье представлены результаты численного моделирования силового воздействия на металлические шарики, проведенного с помощью созданного на языке Fortran алгоритма на основе классического решения задачи об акустической радиационной силе, оказываемой на упругий сферический рассеиватель. Показано, что зависимости нормированной величины силы от частоты акустической волны хорошо согласуются с подобными графиками для конкретных материалов, полученных ранее другими авторами.

Реализована экспериментальная установка по определению акустической радиационной силы, основанная на методе, используемом другими авторами. Метод заключается в подвесе рассеивателя на тонкой нити и измерении его смещения с помощью лазерного луча. Показано, что в указанном методе имеется источник погрешности, связанный с изменением положения рассеивателя из-за его неосевого смещения в процессе измерения силы.

Разработан новый метод прецизионного измерения акустической радиационной силы для мишеней в виде твердотельных шариков, основанный на измерении смещения рассеивателя с помощью эхолокации зондирующими ультразвуковыми импульсами. Создана экспериментальная установка для исследования силового воздействия на сферические мишени миллиметровых размеров с помощью разработан-

ного метода. В экспериментах со стальными шариками миллиметрового размера в воде достигнута точность измерения силы 5 мкН. При этом экспериментально подтвержден предсказываемый теорией линейный характер зависимости радиационной силы от интенсивности акустического поля.

Работа выполнена при поддержке грантом РФФИ № 14-15-00665.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Sarvazyan A.P., Rudenko O.V., Nyborg W.L.* Biomedical applications of radiation force of ultrasound: Historical roots and physical basis // *Ultrasound in Med. Biol.* 2010. V. 36. № 9. P. 1379–1394.
2. *Каневский И.Н.* Постоянные силы, возникающие в звуковом поле. Обзор // *Акуст. журн.* 1961. Т. 7. № 1. С. 3–17.
3. *Денисов Г.Г.* Импульс, радиационное давление и другие величины второго порядка в идеальном газе (жидкости) в некоторых краевых задачах // *Акуст. журн.* 2000. Т. 46. № 3. С. 340–347.
4. *Ильин Б.И., Экнадиосянц О.К.* О влиянии статического давления на фонтанирование жидкости под действием ультразвука // *Акуст. журн.* 1968. Т. 14. № 4. С. 538–542.
5. *Гершензон Э.Л., Экнадиосянц О.К.* О природе распыления жидкостей в ультразвуковом фонтане // *Акуст. журн.* 1964. Т. 10. № 2. С. 156–162.
6. *Руденко О.В., Солюян С.И.* К теории нестационарного акустического ветра // *Акуст. журн.* 1971. Т. 17. № 1. С. 122–127.
7. *Данилов С.Д., Миронов М.А.* О силе радиационного давления, действующей на малую частицу в звуковом поле // *Акуст. журн.* 1984. Т. 30. № 4. С. 467–473.
8. *Семенова Н.Г.* Экспериментальное исследование образования, структуры и кинематики движения гидродинамического течения в звуковом поле // *Акуст. журн.* 1974. Т. 20. № 1. С. 112–116.
9. *Гурьев А.П., Семенова Н.Г.* Использование акустических течений для изучения поглощения ультразвуковых волн в жидкости с газовыми пузырьками // *Акуст. журн.* 1979. Т. 25. № 2. С. 296–297.
10. *Shaw A., Hodnett V.* Calibration and measurement issues for therapeutic ultrasound // *Ultrasonics.* 2008. V. 48. P. 234–252.
11. *Shah A., Harper J.D., Cunitz B.W., Wang Y.N., Paun M., Simon J.C., Lu W., Kaczkowski P.J., Bailey M.R.* Focused ultrasound to expel calculi from the kidney // *J. Urol.* 2012. № 187. P. 739–743.
12. *Горьков Л.П.* О силах, действующих на малую частицу в акустическом поле в идеальной жидкости // Доклады АН СССР. 1961. Т. 140. № 1. С. 88–91.
13. *Yosioka K., Kawasima Y.* Acoustic radiation pressure on a compressible sphere // *Acustica.* 1955. № 5. P. 167–173.
14. *Hasegawa T., Yosioka K.* Acoustic radiation force on a solid elastic sphere // *J. Acous. Soc. Am.* 1969. № 46. P. 1139–1143.
15. *Алексеев В.Н.* К вопросу о радиационной силе давления звука на сферу // *Акуст. журн.* 1983. Т. 29. № 2. С. 129–136.
16. *Silva G.T.* An expression for the radiation force exerted by an acoustic beam with arbitrary wavefront // *J. Acous. Soc. Am.* 2011. № 130. P. 3541–3544.
17. *Sapozhnikov O.A., Bailey M.R.* Radiation force of an arbitrary acoustic beam on an elastic sphere in a fluid // *J. Acous. Soc. Am.* 2013. № 133(2). P. 661–676.
18. *Doinikov A.A.* Radiation force due to a spherical sound field on a rigid sphere in viscous fluid // *J. Acous. Soc. Am.* 1994. № 96. P. 3100–3105.
19. *Hasegawa T., Yosioka K., Omura A.* Comparison of ultrasonic intensity from the radiation force on steel spheres with that on liquid spheres // *Acustica.* 1969. № 22. P. 145–152.
20. *Dunn F., Averbuch A.J., O'Brien Jr. W.D.* A primary method for the determination of ultrasonic intensity with the elastic sphere radiometer // *Acustica.* 1977. № 38. P. 58–61.
21. *Embleton T.F.W.* Mean force on a sphere in a spherical sound field // *J. Acous. Soc. Am.* 1954. № 26. P. 46–50.
22. *Chen S., Silva G.T., Kinnick R., Greenleaf J., Fatemi M.* Measurements of dynamic and static radiation force on a sphere // *Physical Review E* 71. 2005. 056608.
23. *Морс Ф.М., Феушбах Г.* Методы теоретической физики. Т. 2. М.: ИЛ, 1960. 250 с.
24. *Зарембо Л.К., Красильников В.А.* Введение в нелинейную акустику. М.: Наука, 1966. 128 с.
25. *Hasegawa T., Kido T.* Frequency dependence of the acoustic radiation pressure on a solid sphere in water // *Acoust. Sci. & Tech.* 2001. № 22 (4). P. 273–281.
26. *Сапожников О.А., Пицальников Ю.А., Морозов А.В.* Восстановление распределения нормальной скорости на поверхности ультразвукового излучателя на основе измерения акустического давления вдоль контрольной поверхности // *Акуст. журн.* 2003. Т. 49. № 3. С. 416–424.
27. *Сапожников О.А., Пономарев А.Е., Смагин М.А.* Нестационарная акустическая голография для реконструкции скорости поверхности акустических излучателей // *Акуст. журн.* 2006. Т. 52. № 3. С. 385–392.
28. *Kreider W., Yuldashev P.V., Sapozhnikov O.A., Farr N., Partanen A., Bailey M.R., Khokhlova V.A.* Characterization of a multi-element clinical HIFU system using acoustic holography and nonlinear modeling // *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control.* 2013. V. 60. № 8. P. 1683–1698.