УДК 534-8

УПРАВЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОМ ОТРАЖЕНИЯ ЗВУКА ОТ ПЛОСКОЙ ПЬЕЗОПЛАСТИНЫ ПУТЕМ ВЫБОРА ЕЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ

© 2022 г. Л. М. Котельникова^{1,} *, А. А. Крохмаль¹, Д. А. Николаев¹, С. А. Цысарь¹, О. А. Сапожников¹

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова", физический факультет, Москва, Россия *E-mail: kotelnikova.lm16@physics.msu.ru

Поступила в редакцию 24.08.2021 г. После доработки 06.09.2021 г. Принята к публикации 22.09.2021 г.

Исследована возможность минимизации коэффициента отражения плоской акустической волны от плоского пьезоэлектрического преобразователя путем его подключения к электрической нагрузке со специально подобранным импедансом. Теоретически показано, что в отсутствие потерь в пьезоэлементе при выполнении условия электрического согласования коэффициент отражения обращается в ноль. Влияние импеданса электрической нагрузки на коэффициент отражения звука от пьезопластины продемонстрировано экспериментально.

DOI: 10.31857/S0367676522010197

ВВЕДЕНИЕ

Для излучения и приема акустических волн традиционно используются пьезоэлектрические преобразователи, работающие на основе прямого и обратного пьезоэффекта в режимах приема и излучения, соответственно [1]. Известно, что для наиболее эффективной передачи энергии от источника ЭДС к подключенной к нему нагрузке необходимо выполнить условие электрического согласования, при котором выделяющаяся на нагрузке мощность будет максимальной. При рассмотрении режима излучения роль источника ЭДС выполняет электрический генератор, электрической нагрузкой является пьезопреобразователь [2]. При работе в режиме приема в качестве источника ЭДС выступает сам пьезопреобразователь, на который падает акустическая волна. При этом эффективность преобразования акустической энергии в электрическую зависит от электрического импеданса нагрузки, подсоединенной к обкладкам пьезопластины. Можно подобрать указанный электрический импеданс таким образом, чтобы добиться максимальной величины электрической энергии, выделяющейся на нагрузке в виде тепла. Как следствие, коэффициент отражения падающей акустической волны от пьезопластины станет минимально возможным. Такой способ уменьшения коэффициента отражения от пьезопреобразователя может быть полезным в ситуациях, когда при проведении экспериментальных исследований необходимо уменьшить влияние переотраженных волн, которые могут вносить искажения в результаты измерений [3].

Ранее в литературе рассматривалась зависимость коэффициента отражения от величины добротности электрической нагрузки полуволнового пьезоэлемента, работающего в режиме приема [4], а также было показано существование оптимальных частот согласования пьезоэлемента с рабочей средой для различных акустических нагрузок [5]. В настоящей работе представлен анализ возможности управления коэффициентом отражения от поверхности плоского пьезопреобразователя путем изменения его электрической нагрузки и получено простое аналитическое выражение, связывающее коэффициент отражения звука от пьезопластины с импедансом пьезопреобразователя с воздушной тыльной нагрузкой на произвольной частоте, в приближении отсутствия механических и электрических потерь в пьезокерамике. Для теоретических расчетов и при проведении экспериментальных исследований использовался плоский круглый пьезокерамический преобразователь диаметром 100 мм с воздушной тыльной нагрузкой, пьезоэлектрические и механические параметры которого были ранее определены экспериментально с помощью измерения его электрического импеданса [6], что позволяло анали-



Рис. 1. Мнимая и действительная части импеданса пьезопреобразователя (*a*); модуль коэффициента отражения от пьезопластины падающей плоской акустической волны в зависимости от величины активной нагрузки на частоте антирезонанса для двух значений тангенсов углов потерь пьезокерамики (*б*).

f, МГц

зировать работу пьезопреобразователя с большой точностью.

ТЕОРИЯ

Большой радиус пьезопластины по сравнению с ее толщиной позволяет рассматривать электроакустическое преобразование в одномерном приближении (модель шестиполюсника) [2]. Тогда, рассматривая работу преобразователя в режиме излучения, с учетом тыльной воздушной нагрузки (акустический импеданс нагрузки $z_1 \rightarrow 0$) можно получить следующее выражение для электрического импеданса пьезопреобразователя:

$$Z_{0} = \frac{i}{\omega C_{0}} \left[1 - \frac{k_{T}^{2}}{kl} \frac{i\frac{z_{2}}{z}\sin kl + 2(1 - \cos kl)}{\sin kl + i\frac{z_{2}}{z}\cos kl} \right].$$
(1)

Здесь $k = \omega/c$ – волновое число в пьезокерамике, $\omega = 2\pi f - \kappa$ руговая частота гармонических колебаний в системе, *с* – скорость звука в пьезокерамике, l – толщина пьезопластины, z и z_2 – акустические импедансы пьезокерамической пластины и иммерсионной среды (воды), соответственно, C_0 – емкость зажатого преобразователя, k_T – коэффициент электромеханической связи. Предполагается, что все процессы происходят по гармоническому закону $\sim \exp(-i\omega t)$. Для простоты потери внутри пьезопластины будем считать пренебрежимо малыми, т.е. тангенсы углов механических и электрических потерь пьезокерамики примем нулевыми. Графики рассчитанных по формуле (1) частотных зависимостей действительной и мнимой частей импеданса исследуемого пьезопреобразователя в окрестности его первого резонанса изображены на рис. 1а. Для расчетов использовались следующие значения параметров, определенные ранее [6]: $c = 4500 \text{ м} \cdot \text{c}^{-1}$, l = 2.01 мм, $k_T = 0.462$, $C_0 = 21.19 \text{ н}\Phi$, $z = 3.4 \cdot 10^7 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{c}^{-1}$, $z_2 = 1.5 \cdot 10^6 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{c}^{-1}$. Две характерные частоты, на которых мнимая часть импеданса обращается в нуль, называют резонансной и антирезонансной частотами [7]. На этих частотах пьезопреобразователь работает как чисто активное сопротивление, причем на частоте антирезонанса действительная часть приближается к своему максимальному значению, что во многих случаях делает ее более предпочтительной для работы в режимах излучения и приема.

Рассмотрим работу пьезопреобразователя в режиме приема, когда падающая на пьезопреобразователь акустическая волна индуцирует напряжение на обкладках пьезопластины. Теоретический анализ показывает, что пьезопластина выступает в роли электрического генератора с внутренним импедансом Z_0 , равным электрическому импедансу преобразователя. Расчет коэффициента отражения плоской звуковой волны от пьезопластины в случае воздушной тыльной нагрузки дает следующее выражение:

$$R_{\text{orp}} = \frac{\frac{\sin kl - i\frac{z_{2}}{z}\cos kl}{z}}{\frac{sin kl + i\frac{z_{2}}{z}\cos kl}{z}} \times \frac{Z_{el} + \frac{i}{\omega C_{0}} \left[1 - \frac{k_{T}^{2} - \frac{i\frac{z_{2}}{z}}{z}\sin kl + 2(1 - \cos kl)}{\frac{sin kl - i\frac{z_{2}}{z}\cos kl}{z}} \right]}{Z_{el} + \frac{i}{\omega C_{0}} \left[1 - \frac{k_{T}^{2} - \frac{i\frac{z_{2}}{z}}{z}\sin kl + 2(1 - \cos kl)}{\frac{sin kl + 2(1 - \cos kl)}{z}} \right],$$
(2)

R. Ом

где Z_{el} — электрический импеданс нагрузки, подсоединенной к обкладкам пьезопластины. Учитывая выражение для импеданса Z_0 (1), выражение (2) можно преобразовать к более компактному виду:

$$R_{\rm orp} = \frac{\sin kl - i\frac{z_2}{z}\cos kl}{\sin kl + i\frac{z_2}{z}\cos kl} \times \frac{Z_{el} - Z_0^*}{Z_{el} + Z_0},$$
 (3)

где Z_0^* — величина, комплексно сопряженная к Z_0 . Из выражения (3) сразу видно, что коэффициент отражения становится равным нулю, если $Z_{el} = Z_0^*$, что является известным условием электрического согласования. В предельном случае бесконечной электрической нагрузки $Z_{el} \to \infty$ (разомкнутый преобразователь) получаем известное выражение для коэффициента отражения от плоскопараллельного слоя [8].

Отметим, что первый множитель в правой части выражения (3) по модулю равен единице, а второй множитель зависит от величины Z_{el} . Так, например, при коротком замыкании ($Z_{el} \rightarrow 0$) и при полном размыкании ($Z_{el} \rightarrow \infty$) пьезопластины и второй множитель по модулю равен единице. В указанных двух частных случаях $|R_{orp}| = 1$, т.е. происходит полное отражение. Если же импеданс нагрузки Z_{el} иной, то отражение уже не является полным, т.е. часть энергии падающей акустической волны теряется, переходя в электрическую энергию и далее в тепло.

Представим комплексный электрический импеданс пьезопреобразователя в виде $Z_0 = X_0 + iY_0$. На частоте антирезонанса $Y_0 = 0$ и импеданс Z_0 является чисто действительным. С учетом того что на частоте антирезонанса $kl \cong \pi$, формула (3) упрощается:

$$R_{\rm orp}^{a} = -\frac{Z_{el} - X_{0}}{Z_{el} + X_{0}}.$$
 (4)

Таким образом, видно, что для получения нулевого коэффициента отражения на частоте антирезонанса достаточно подобрать активное сопротивление, равное импедансу пьезопреобразователя, который является действительным на антирезонансной частоте. На рис. 16 приведен график для модуля коэффициента отражения, рассчитанного по формуле (2), в зависимости от величины сопротивления электрической нагрузки, подсоединенной к исследуемому пьезопреобразователю, для случая нулевых тангенсов углов механических и электрических потерь пьезокерамики (tg $\delta = 0$) и для tg $\delta = 0.0044$. Расчет проведен на частоте 1.1174 МГц, соответствующей частоте антирезо-

нанса пьезопреобразователя при расчете в приближении отсутствия потерь. Видно, что при $tg\delta = 0$ коэффициент отражения обращается в ноль при подключении сопротивления 40.5 Ом, что соответствует значению действительной части импеданса на частоте антирезонанса (см. рис. 1*a*). Введение ненулевого тангенса угла потерь изменяет положение и значение минимума коэффициента отражения, что следует учитывать при подборе электрической нагрузки для подавления отражения акустических волн.

В случае падения на преобразователь акустической волны произвольной частоты, на которой мнимая часть импеданса не обращается в нуль, для получения нулевого коэффициента отражения необходимо последовательно с активным сопротивлением подсоединить индуктивность или емкость в зависимости от знака Y_0 , чтобы компенсировать мнимую часть импеданса пьезопреобразователя (см. формулу (3)).

Рассмотрим случай, когда частота немного превышает антирезонансную частоту. Тогда $Y_0 > 0$ и для минимизации коэффициента отражения наряду с активным сопротивлением R необходимо использовать индуктивность L: $Z_{el} = R - i\omega L$. Приведены графики зависимости модуля коэффициента отражения от сопротивления и индуктивности для случаев антирезонансной частоты (рис. 2, слева) и для двух частот, превышающих антирезонансную частоту (рис. 2, два графика справа). При отклонении частоты от антирезонансной сужается диапазон сопротивлений и индуктивностей (емкостей), при которых коэффициент отражения принимает значение, меньшее фиксированной величины, например $R_{orp} <$ 0.5, т.е. наблюдается снижение устойчивости, что усложняет минимизацию коэффициента отражения при проведении экспериментов на частотах, сильно отличных от антирезонансной.

Отметим, что при простейшей реализации эксперимента, когда к пьезопреобразователю параллельно подсоединен генератор с внутренним сопротивлением 50 Ом, коэффициент отражения на антирезонансной частоте согласно формуле (4) равен 10%, т.е. подавление отраженной волны уже достаточно существенное. Модифицируя импеданс нагрузки с помощью дополнительного сопротивления, можно добиться уменьшения коэффициента отражения до нуля.

ЭКСПЕРИМЕНТ

Для качественного подтверждения возможности минимизации коэффициента отражения были проведены эксперименты с вышеупомянутым



Рис. 2. Модуль коэффициента отражения в зависимости от индуктивности и сопротивления, подсоединенных параллельно пьезопреобразователю, работающему в режиме приема, для различных частот падающих акустических волн: 1.117 (*a*), 1.13 (*б*) и 1.2 МГц (*в*).



Рис. 3. Схема экспериментальной установки: *1* – генератор, *2* – осциллограф, *3* – активное сопротивление 1 кОм, *4* – бассейн с водой, *5* – пьезоэлектрический преобразователь, *6* – латунный цилиндр в качестве рефлектора.

пьезопреобразователем, который использовался и для излучения, и для приема ультразвуковых импульсов. На рис. З представлена экспериментальная установка для измерения коэффициента отражения. С электрического генератора на пьезопреобразователь подавался синусоидальный сигнал, состоящий из 20 или 40 периодов, амплитудой 10 В на частоте толщинного резонанса 1.12 МГц, в окрестности которого, согласно расчетам, находится антирезонансная частота. Пьезопреобразователь излучал акустическую волну, которая распространялась до плоского рефлектора в виде цилиндра из латуни [9], расположенного на расстоянии L = 12 см, и отражалась от него. Для записи электрических сигналов на пьезопре-

образователе использовался осциллограф. Поверхность пьезопластины устанавливалась параллельно поверхности пьезопреобразователя по максимальной амплитуде отраженного сигнала, принятого пьезопреобразователем и наблюдаемого на осциллографе. Внутреннее сопротивление генератора составляло 50 Ом и при работе пьезопреобразователя в режиме приема играло роль электрического импеданса, нагруженного на обкладки пьезопластины. Дополнительно последовательно с генератором могло подсоединяться сопротивление величиной 1 кОм, при котором, согласно расчетам, коэффициент отражения должен быть близок к 1.



Рис. 4. Отношение спектральных амплитуд экспериментально измеренных второго и первого отраженных от рефлектора сигналов (*a*): сплошные кривые – результаты при использовании импульса из 20 циклов: черная кривая – при подключенной электрической нагрузке 1050 Ом, синяя – 50 Ом; штрих и пунктир – результаты при использовании импульса из 40 циклов: штрих – при нагрузке 1050 Ом, пунктир – 50 Ом. Теоретически рассчитанный коэффициент отражения, учитывающий потери при отражении от латуни и дифракционные потери (*б*): сплошные кривые – при $tg\delta = 0.0044$; черные кривые – при электрической нагрузке 1050 Ом, красные – при 50 Ом.

Для определения коэффициента отражения были выделены первый и второй отраженные от рефлектора импульсы. С помощью преобразования Фурье были определены частотные спектры электрических сигналов, соответствующих отраженным волнам. Электрические сигналы, записанные на осциллографе, отражающие временную зависимость напряжения на обкладках пьезопластины, связаны с акустическими сигналами (давлением акустической волны), приходящими на пьезопластину, величиной, называемой чувствительностью (или передаточной функцией) и определяющейся свойствами пьезопреобразователя и частотой [6]. Тогда отношение указанных спектров второго и первого отраженных сигналов на осциллографе будет равно отношению спектров второй и первой отраженных акустических волн, пришедших на пьезопреобразователь. Следовательно, в рассматриваемом приближении одномерного пьезопреобразователя спектр второй отраженной волны $S_{p2}(f)$ связан со спектром первой отраженной волны $S_{pl}(f)$ соотношением:

$$S_{p2}(f) = K_{\text{nar}} R_{\text{orp}}(f) S_{p1}(f),$$
 (5)

где f – частота, $K_{\text{лат}} = R_{\text{лат}}R_{\text{дифр}}$, $R_{\text{лат}}$ – коэффициент отражения от латуни ($R_{\text{лат}} = 0.93$ при отражении плоской волны от плоской границы вода-латунь), $R_{\text{дифр}}$ – коэффициент, учитывающий дифракционные потери при расходимости волны, которые могли дополнительно уменьшить наблюдаемые амплитуды отраженных сигналов: будем считать $R_{\text{дифр}}$ некоторой константой в рассматриваемом узком частотном диапазоне. Экспериментально определяемой величиной является

$$\frac{S_{u2}(f)}{S_{ul}(f)} = K_{\text{nar}} R_{\text{orp}}(f).$$
(6)

Здесь $S_{u1}(f)$ и $S_{u2}(f)$ – спектральные амплитуды первого и второго отраженных сигналов, измеренных осциллографом.

Была произведена оценка величины $R_{\text{дифр}}$, учитывающей влияние дифракции на отношение измеренных амплитуд отраженных сигналов. Отражение от плоского рефлектора можно представить как излучение источника, расположенного зеркально симметрично истинному источнику относительно поверхности отражения. Поэтому амплитуду первой отраженной волны можно оценить как давление, усредненное по площади поверхности пьезопреобразователя на расстоянии 2L [10]. Далее, учитывая, что от пьезопластины отразились только те волны, которые попали на ее поверхность, аналогичным образом можно оценить амплитуду второй отраженной волны. Отношение усредненных амплитуд второй и первой отраженных волн является оценкой величины $R_{\text{дифр}}$. Для расстояния L, использующегося в эксперименте, эта величина составляла $R_{\text{дифр}} = 0.94$, т.е. потери на дифракцию составили 6%.

Теоретически показана возможность существенного уменьшения (в случае отсутствия потерь в пьезоэлектрике, до нуля) коэффициента отражения плоской акустической волны от пьезопластины путем выбора электрической на-

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

казали резкий спад коэффициента отражения на антирезонансной частоте при электрической нагрузке 50 Ом. Было выяснено, что величина коэффициента отражения также сильно зависит от значения тангенса угла механических и электрических потерь пьезокерамики. Сплошные кривые на рис. 46 построены для нулевого тангенса угла потерь $tg\delta = 0$, а штрихованные кривые – для тангенса угла потерь, подобранного в пределах табличных значений, чтобы коэффициент отражения от пьезопреобразователя на антирезонансе приблизительно совпадал с экспериментальными значениями: $tg\delta = 0.0044$.

Таким образом, экспериментальные данные де-

монстрируют возможность влиять на коэффициент

отражения, изменяя электрическую нагрузку пье-

зопреобразователя, количественно подтверждают теорию и дают приближенные численные результа-

ты для коэффициента отражения. Так, минималь-

ный наблюдаемый коэффициент отражения, полу-

ченный из экспериментальных данных с учетом ве-

личины коэффициента отражения от латуни и

дифракционных потерь, равен $R_{orp}(f) = 0.063$, т.е.

подбором электрического импеданса можно существенно уменьшить коэффициент отражения

от пьезопреобразователя.

вании 20 и 40 циклов сигнала генератора, совпали между собой, что говорит о хорошей повторяемости результатов для данной конфигурации установки. Теоретические расчеты (см. рис. 4*б*) также показали резкий спад коэффициента отражения на антирезонансной частоте при электрической нагризия 50 Ом. Било ридовано, ито редиции ко

1 кОм наблюдаемый коэффициент отражения на порядок больше. Приведенные на рис. 4*a* кривые, полученные из экспериментальных измерений при использовании 20 и 40 циклов сигнала генератора, совпали между собой, что говорит о хорошей повторяемости результатов для данной конфигурации уста-

стоте 1.118 МГц наблюдается спад спектральной

амплитуды второго отраженного импульса

 $S_{\mu 2}(f)$ и обнаруживается минимальное значение

 $K_{\text{пат}}R_{\text{отр}}(f) = 0.055$ (см. рис. 4*a*). При нагрузке

грузки. При использовании частоты антирезонанса в качестве рабочей частоты в системе без потерь можно полностью преобразовать энергию акустической волны в электрическую энергию, используя активное сопротивление рассчитанной величины, определяющейся значением действительной части электрического импеданса пьезопреобразователя. Экспериментально продемонстрирована возможность влиять на коэффициент отражения, изменяя электрическую нагрузку пьезопреобразователя.

Исследования поддержаны Российским фондом фундаментальных исследований (проекты № 20-02-00139, № 20-32-90093) и стипендией Фонда развития теоретической физики и математики "БАЗИС" (Л.М. Котельникова). Работа Д.А. Николаева и С.А. Цысаря была выполнена в рамках программы развития междисциплинарной научно-образовательной Школы МГУ "Фотонные и квантовые технологии. Цифровая медицина".

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Хилл К.* Применение ультразвука в медицине. Физические основы. М.: Мир, 1986.
- Кайно Г. Акустические волны. Устройства, визуализация и аналоговая обработка сигналов. М.: Мир, 1990. 656 с.
- Николаева А.В., Карзова М.М., Цысарь С.А. и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2019. Т. 83. № 1. С. 91; Nikolaeva A.V., Karzova M.M., Tsysar S.A. et al. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2019. V. 83. No. 1. P. 77.
- 4. *Грищенко Е.К., Холод Л.И.* // Акуст. журн. 1975. Т. 21. № 3. С. 405.
- 5. *Грищенко Е.К.* // Акуст. журн. 1982. Т. 28. № 4. С. 486.
- Крохмаль А.А., Николаев Д.Д., Цысарь С.А., Сапожников О.А. // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 5. С. 475; Krokhmal A.A., Nikolaev D.A., Tsysar S.A., Sapozhnikov O.A. // Acoust. Phys. 2020. V. 66. No. 5. Р. 449.
- Мэзон У. Физическая акустика. Т. 1. М.: Мир, 1966. 592 с.
- Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
- 9. Дорофеева А.А., Сапожников О.А. // Учен. зап. физ. фак. МГУ. 2017. № 5. С. 1750301.
- Bass R. // J. Acoust. Soc. Amer. 1958. V. 30. No. 7. P. 602.

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ том 86 № 1 2022

Control of the sound reflection from a plane piezotransducer by selecting its electric load

L. M. Kotelnikova^{a, *}, A. A. Krokhmal^a, D. A. Nikolaev^a, S. A. Tsysar^a, O. A. Sapozhnikov^a

^a Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia *e-mail: kotelnikova.lm16@physics.msu.ru

The analysis of the possibility of minimizing the reflection coefficient of a plane acoustic wave from a plane piezoelectric transducer by connecting it to an electrical load with a specially selected impedance is carried out. It is shown theoretically that the reflection coefficient vanishes in the absence of losses in the piezoelectric element under the electrical matching condition. The influence of the electrical load impedance on the coefficient of sound reflection from the piezoelectric plate has been demonstrated experimentally.