

УДК 534.2; 534.8

ЧИСЛЕННЫЕ ПОДХОДЫ К ОПИСАНИЮ НЕЛИНЕЙНЫХ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ПОЛЕЙ МЕДИЦИНСКИХ ДИАГНОСТИЧЕСКИХ ДАТЧИКОВ

© 2017 г. М. М. Карзова*, П. В. Юлдашев, П. Б. Росницкий, В. А. Хохлова
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет
*E-mail: masha@acs366.phys.msu.ru

Проведено сравнение двух теоретических моделей описания нелинейных фокусированных ультразвуковых полей, создаваемых диагностическим датчиком в виде конвексной решетки. Первая модель основана на использовании трехмерного уравнения Вестервелта и позволяет с высокой точностью описывать полную структуру поля, однако является ресурсоемкой и сложной в реализации с точки зрения численного моделирования. Во второй модели для оценки нелинейных эффектов в фокальной области пучка используется параболическое аксиально-симметричное уравнение Хохлова–Заболотской–Кузнецова (ХЗК), позволяющее в несколько сотен раз сократить время расчетов. Для постановки граничного условия в модели ХЗК определены радиус и фокусное расстояние круглого поршневого излучателя, поле на оси которого в линейном случае максимально точно аппроксимирует структуру реального поля в области фокуса. Показано, что параболическая модель позволяет достаточно точно описать пространственно-временную структуру поля вблизи фокуса на оси диагностического датчика, а также в плоскости электронной фокусировки пучка.

DOI: 10.7868/S036767651708004X

ВВЕДЕНИЕ

В современных диагностических и терапевтических медицинских приложениях ультразвука начали активно развиваться технологии использования акустической радиационной силы, создаваемой ультразвуковым пучком, для воздействия на твердотельные объекты либо биологические ткани [1–4]. В качестве примера можно привести новую технологию выталкивания мелких почечных камней из почки [1, 2]. Также акустическая радиационная сила применяется в новых методах ультразвуковой визуализации для генерации сдвиговых волн в биологической ткани и для смещения ткани с целью наблюдения ее релаксации [3,4]. В клинических условиях для возбуждения такого силового воздействия могут использоваться стандартные диагностические датчики, работающие в режиме фокусировки длинных импульсов при повышенных, по сравнению со стандартными режимами визуализации, уровнях интенсивности [1,2]. В данной работе проведено сравнение двух теоретических моделей для описания нелинейных фокусированных ультразвуковых полей, создаваемых типичным диагностическим датчиком в виде конвексной решетки.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Для определения параметров пространственно-временной структуры нелинейного фокусированного ультразвукового поля, создаваемого

диагностическим датчиком при его калибровке в воде, в работе используются две теоретические модели. Первая модель основана на уравнении Вестервелта, записанном в сопровождающей системе координат [5]:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial \tau \partial z} = \frac{c_0}{2} \Delta p + \frac{\beta}{2\rho_0 c_0^3} \frac{\partial^2 p^2}{\partial \tau^2} + \frac{\delta}{2c_0^3} \frac{\partial^3 p}{\partial \tau^3}. \quad (1)$$

Здесь p – акустическое давление, z – направление вдоль оси пучка, $\tau = t - z/c_0$, где t – время,

$\Delta p = \partial^2 p / \partial z^2 + \partial^2 p / \partial y^2 + \partial^2 p / \partial x^2$, x и y – поперечные к z пространственные координаты; ρ_0 , c_0 , β и δ – плотность, скорость звука, коэффициент нелинейности и коэффициент термовязкого поглощения в среде соответственно. Физические параметры в уравнении (1), соответствующие распространению в воде, были равны: $\rho_0 = 998 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$, $c_0 = 1486 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$, $\beta = 3.5$, $\delta = 4.33 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$. Уравнение (1) учитывает нелинейно-дифракционные эффекты, а также термовязкое поглощение.

Численный алгоритм моделирования уравнения (1) основан на методе расщепления по физическим факторам второго порядка точности и использует комбинированный частично-временной подход для описания различных физических эффектов на каждом шаге сетки вдоль оси пучка [6]. Дифракционный оператор рассчитывался в частотном представлении для каждой из гармоник, используя

аналитическое решение для углового спектра. Для расчёта нелинейного оператора использовались два алгоритма: на малых расстояниях от излучателя расчёт проводился в частотном представлении методом Рунге–Кутты четвёртого порядка точности, а при превышении амплитуды десятой гармоники 1% от амплитуды основной – во временном представлении, используя консервативную схему типа Годунова [7]. Поглощение рассчитывалось с использованием точного аналитического решения для каждой из гармоник. Параметры численных схем были выбраны следующими: шаг вдоль оси пучка $dz = 0.075$ мм, шаги вдоль поперечных координат $dx = dy = 0.02$ мм, максимальное количество гармоник составляло 750.

Во второй модели использовались упрощающие предположения о параболическом приближении при учете дифракционных эффектов и об аксиальной симметрии пучка. В этом случае нелинейный ультразвуковой пучок описывается уравнением Хохлова–Заболотской–Кузнецова (ХЗК) [8]:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial \tau \partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{\beta}{2\rho_0 c_0^3} \frac{\partial^2 p^2}{\partial \tau^2} + \frac{\delta}{2c_0^3} \frac{\partial^3 p}{\partial \tau^3}, \quad (2)$$

где r – радиальная координата.

В численном моделировании уравнения (2) также использовался метод расщепления по физическим факторам. Дифракционный оператор рассчитывался в спектральном представлении с помощью неявной схемы на расстояниях до 10% от глубины фокусировки, а затем, на больших расстояниях, – с помощью схемы Кранка–Николсона. Для учета диссипативных и нелинейных эффектов применялись те же численные алгоритмы, что и при решении уравнения Вестервельта (1). Шаг по радиальной координате в численных расчетах составлял 0.0025 мм, по координате z вдоль оси пучка – 0.02 мм, в спектре волны учитывалось до 1000 гармоник. Алгоритм был адаптирован для параллельных вычислений с помощью технологии OpenMP, что позволило сократить время расчетов до нескольких десятков минут, в то время как моделирование трехмерного уравнения Вестервельта (1) занимало несколько дней.

ПОСТАНОВКА ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ

Граничное условие при моделировании уравнения Вестервельта (1) соответствовало параметрам стандартного диагностического ультразвукового датчика, геометрия которого показана на рис. 1 (конвексная решетка, модель Philips C5-2). Излучающая поверхность датчика представляет собой участок цилиндрической поверхности высоты l_y . На его поверхности находится 128 элементов решетки, варьируя фазу которых, можно фокусировать пучок в плоскости xz на глубину F_x . Излучение

сигнала может вестись в режиме запитывания различного числа центральных элементов решетки. В данной работе будет рассмотрен клинически значимый случай запитывания 40 активных элементов решетки, который применялся в пилотных экспериментах по толканию почечных камней, а также случай использования всей поверхности решетки (128 элементов). Для того чтобы ультразвуковой пучок не расходился в плоскости yz , в датчик встроена акустическая линза, фокусирующая поле на глубину F_y .

Геометрические параметры датчика были определены ранее путем подбора граничных условий при расчете интеграла Рэля таким образом, чтобы результаты расчета линейного поля на оси z датчика и в фокальной плоскости наиболее близко соответствовали результатам измерений с помощью гидрофона [9]. Глубина F_x электронной фокусировки датчика составила 50 мм, радиус кривизны поверхности $R = 38$ мм, высота $l_y = 12.5$ мм, угловой размер θ одного элемента $5.26 \cdot 10^{-2}$ рад, глубина фокусировки акустической линзой $F_y = 86$ мм для 40 элементов и 70 мм для 128 активных элементов решетки. В качестве начального условия в моделировании использовалась периодическая волна с частотой $f = 2.3$ МГц и равномерным распределением амплитуды по поверхности, а фокусировка на глубину $F_x = 50$ мм обеспечивалась задержкой фазы волны вдоль цилиндрической координаты θ согласно выражению $2\pi f \left(\sqrt{(R \sin \theta)^2 + (R - R \cos \theta + F_x)^2} - F_x \right) / c_0$. Проведенная ранее калибровка излучателя показала, что подаваемому на диагностическую решетку напряжению в 1 В соответствует амплитуда ультразвуковой волны 24.0 кПа в случае запитывания 40 элементов решетки и 18.8 кПа при использовании всех 128 элементов; при более высоких напряжениях увеличение амплитуды давления на излучателе происходит пропорционально напряжению [9].

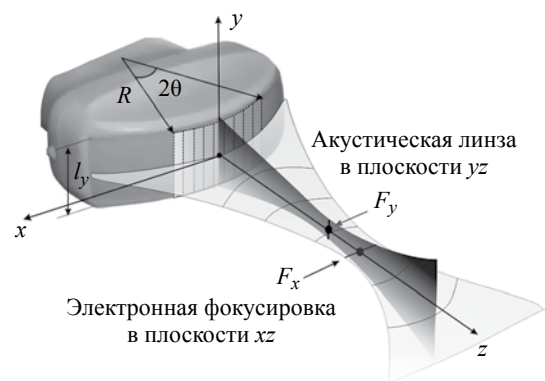


Рис. 1. Геометрия диагностического ультразвукового датчика в виде конвексной решетки.

Для постановки граничного условия при моделировании уравнения ХЗК (2) необходимо было задать радиус r_0 круглого поршневого излучателя и его фокусное расстояние F . В работе [10] было показано, что структура акустического поля при фокусировке главным образом определяется отношением r_0/F этих величин. Параметры r_0 и F параболической модели подбирались таким образом, чтобы обеспечить минимальное различие между распределениями амплитуды давления в фокальном пике вдоль оси z , полученными в рамках линейных ($\beta = 0$) параболической (2) и полной трехмерной дифракционной моделей (1). Для 40 активных элементов решетчатые параметры круглого эквивалентного излучателя составили $r_0 = 1.2$ см и $F = 7.0$ см; для 128 элементов $r_0 = 2.4$ см и $F = 5.9$ см.

Параболическое приближение при описании дифракционных эффектов в уравнении ХЗК (2) изначально ограничивает его применимость малыми углами фокусировки [11]. Однако в работах [12–15] было показано, что при определенном способе постановки граничных условий уравнение ХЗК (2) с высокой точностью также описывает сильно сфокусированные поля и, более того, поля, не обладающие полной аксиальной симметрией как, например, в случае многоэлементных излучателей неинвазивной ультразвуковой хирургии [16, 17]. Основной задачей данной работы было проверить применимость и точность простых и быстрых численных расчетов с использованием уравнения ХЗК (2) для описания сильно сфокусированных нелинейных полей сложной геометрии, где отсутствует аксиальная симметрия и не выполняется условие малости углов фокусировки. Модель диагностического датчика с запитыванием разного числа элементов является наиболее показательной для этой цели и важной для практических приложений.

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Распределение амплитуды давления вдоль оси z диагностического датчика, рассчитанное в случае линейного распространения волны в рамках полной трехмерной дифракционной модели и параболического приближения, представлено на рис. 2. Хорошо видно, что параболическая модель (пунктирная кривая) достаточно точно описывает структуру поля в области фокального пика, однако расходится с трехмерной моделью (сплошная кривая) в осциллирующей области ближнего поля (рис. 2а, б), а в случае запитывания 128 элементов — и в области за фокусом (рис. 2б). При этом для конфигурации из 40 активных элементов решетки параболическая модель предсказывает более высокую амплитуду осциллирующего давления ближнего

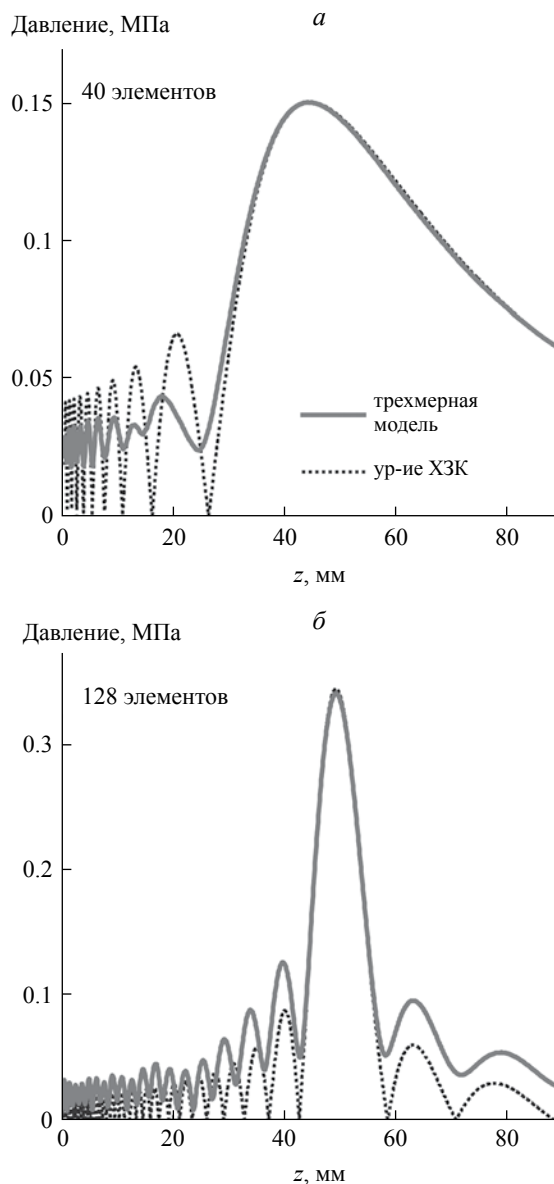


Рис. 2. Распределения амплитуды давления ультразвукового поля на оси z излучателя в случае линейного распространения при напряжении 1 В на (а) 40 активных элементах решетки и (б) на 128 элементах.

поля, чем полная дифракционная модель. В случае запитывания всех 128 элементов решетки в параболической модели амплитуда давления ближнего поля, наоборот, недооценивается.

Хорошее согласие результатов линейных расчетов в области фокального пика дает основание предполагать, что и в случае нелинейного распространения волны параболическая модель будет корректно описывать структуру поля пучка вблизи фокуса. Однако стоит отметить, что изначальное расхождение между результатами двух моделей в структуре ближнего поля в линейном случае определенным образом скажется при учете

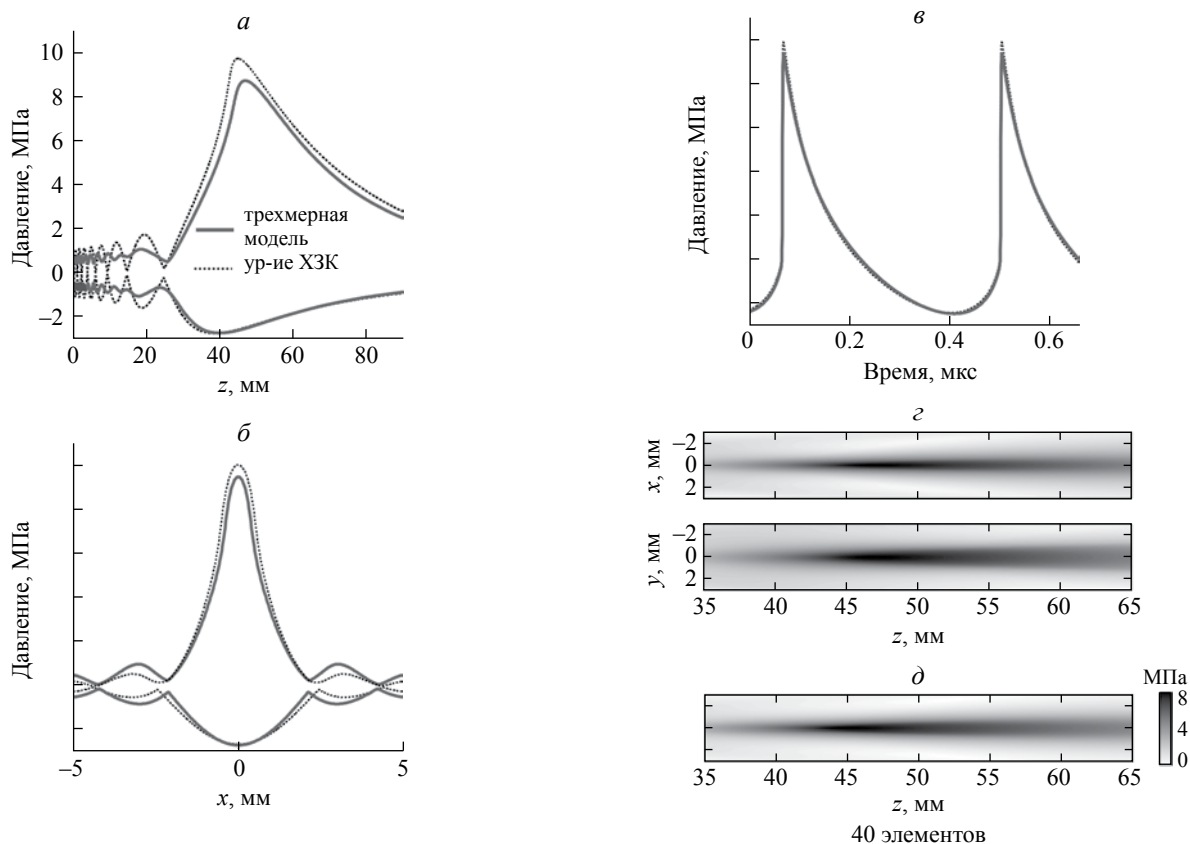


Рис. 3. Сравнение результатов моделирования нелинейного ультразвукового поля, излучаемого 40 активными элементами диагностической решетки при напряжении 25 В. Представлены распределения пикового положительного и пикового отрицательного давлений (*а*) на оси *z* излучателя и (*б*) в поперечном направлении *x* в фокальной плоскости *z* = 50 мм; (*в*) профили волны в фокусе; двумерные распределения пикового положительного давления, рассчитанные с помощью (*з*) трехмерного уравнения Вестервельта и (*д*) в рамках аксиально-симметричной параболической модели.

нелинейных эффектов. Можно предположить, что переоценка амплитуды ближнего поля параболической моделью приведет к усилению влияния нелинейных эффектов на пути распространения волны к фокусу излучателя. Причем до образования развитого разрыва [10] это будет выражено в виде более сильного увеличения пикового положительного давления в профиле волны в фокусе для параболической модели по сравнению с трехмерной моделью [10, 18]. Затем, после образования разрыва, важную роль будет играть нелинейное поглощение энергии на ударном фронте волны и заранее предсказать качественное различие между результатами, полученными с помощью параболической и трехмерной моделей, затруднительно.

Проверим применимость уравнения ХЗК и оценим его точность при описании пространственно-временной структуры нелинейного фокусированного поля рассматриваемой диагностической решетки. На рис. 3 представлены результаты моделирования в случае запитывания 40 активных элементов решетки напряжением 25 В. В этом случае

пиковое положительное и пиковое отрицательное давления в профиле волны в фокусе существенно различаются (рис. 3*а, б*), а профиль волны, в соответствии с определением работы [10], содержит развитый разрыв (рис. 3*в*) – ударный фронт начинается из нулевого давления. Из рисунка видно, что параболическая модель достаточно точно описывает распределение пикового отрицательного давления в области фокуса на оси пучка (рис. 3*а*) и в фокальной плоскости вдоль направления *x* расположения элементов решетки (рис. 3*б*). Пиковое положительное давление на оси пучка *z* количественно оказывается до 15% переоцененным в области фокального пика, однако качественно корректно отражает структуру распределения (рис. 3*а*). Интересно отметить, что, несмотря на сильную упрощенность аксиально-симметричной параболической модели, предсказываемый ею профиль волны в точке фокуса (*z* = 50 мм) с точностью до 5% соответствует профилю, рассчитанному на основе уравнения Вестервельта (рис. 3*в*).

Аксиальная симметрия параболической модели не позволяет получить количественную информацию о структуре поля в плоскости yz фокусировки акустической линзой. В этой плоскости диагностический датчик слабо сфокусирован, а структура поля на оси пучка определяется преимущественно более сильной электронной фокусировкой в плоскости xz . На рис. 3 z , d видно, что двумерная пространственная структура пикового положительного давления, рассчитанная в рамках параболической модели, хорошо соответствует аналогичному распределению в плоскости электронной фокусировки xz , полученному в трехмерной модели. В случае использования 40 элементов решетки размеры активной поверхности датчика в направлениях x и y отличаются только на 10%, поэтому распределения пиковых давлений в двух плоскостях фокусировки xz и yz схожи по структуре и размерам фокальной области (рис. 3 z).

Рассмотрим теперь несимметричный случай при запитывании всех 128 элементов диагностической решетки (рис. 4). Для этой конфигурации уравнение ХЗК предсказывает образование развитого разрыва в фокальном профиле волны при напряжении 40 В (рис. 4 a), в то время как в реальности развитый разрыв образуется уже при 22 В. Это соответствует ситуации, упомянутой выше, когда различие в структуре ближнего поля, рассчитанного обеими моделями в линейном случае, не дает очевидного ответа, каким будет качественное отличие в структуре нелинейных полей после момента образования развитого разрыва. Результаты моделирования показали, что распределения пикового положительного и пикового отрицательного давлений на оси датчика (рис. 4 a) и в фокальной плоскости (рис. 4 b) адекватно описываются уравнением ХЗК, причем значение пикового положительного давления в точке фокуса предсказывается с погрешностью 3%, а величина скачка давления на ударном фронте — с погрешностью 18% (рис. 4 $в$). Двумерные пространственные распределения пиковых давлений для конфигурации из 128 элементов сильно отличаются в плоскостях xz и yz (рис. 4 z). При этом, хотя пространственная структура пикового положительного давления, полученная в рамках параболической модели, более приближена к реальному распределению в плоскости xz , чем в плоскости yz , размер фокальной области в направлениях x и z оказывается шире.

Таким образом, уравнение ХЗК можно считать применимым для оценки параметров нелинейного ультразвукового поля диагностического датчика в области фокуса на оси пучка и в плоскости электронной фокусировки с погрешностью около 15% в случае образования развитого разрыва в профиле волны в фокусе излучателя.

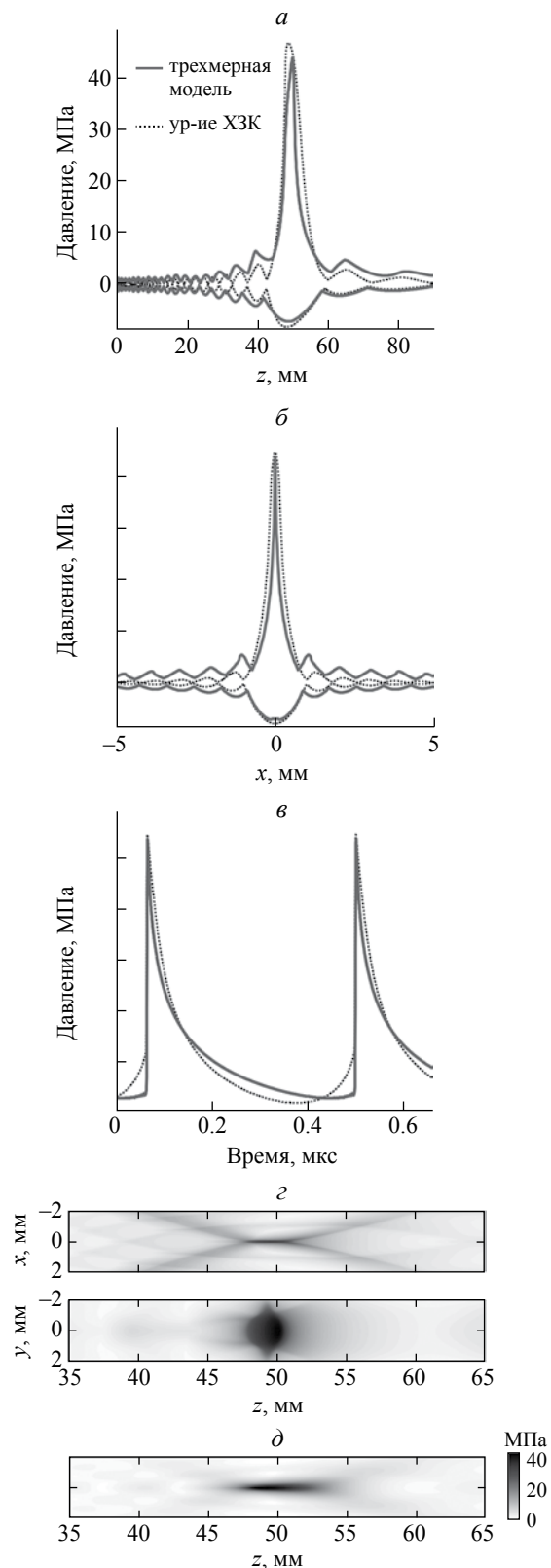


Рис. 4 Результаты моделирования нелинейного поля диагностического датчика в случае запитывания всех 128 элементов решетки напряжением 40 В. Структура рисунка аналогична рис. 3.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе показано, что параболическое аксиально-симметричное уравнение Хохлова–Заболотской–Кузнецова может быть использовано в численном моделировании для оценки параметров пространственно-временной структуры нелинейного ультразвукового поля в области фокального максимума на оси диагностического датчика даже в случае образования развитого разрыва в профиле волны в фокусе, при этом погрешность расчета составляет 15%. Граничные условия в уравнении ХЗК должны быть поставлены таким образом, чтобы линейное распределение амплитуды давления на оси излучателя в области фокального пика было максимально приближено к структуре реального поля.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ 14-12-00974 и стипендии Президента РФ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Shah A., Owen N., Lu W. et al.* // Urol. Res. 2010. V. 38. № 6. P. 491.
2. *Harper J.D., Cunitz B.W., Dunmire B. et al.* // J. Urol. 2016. V. 195. № 4. P. 956.
3. *Sarvazyan A.P., Rudenko O.V., Nyborg W.L.* // Ultrasound in Med. & Biol. 2010. V. 36. № 9. P. 1379.
4. *Doherty J.R., Trahey G.E., Nightingale K.R. et al.* // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control. 2014. V. 60. № 4. P. 685.
5. *Westervelt P. J.* // J. Acoust. Soc. Am. 1963. V. 35. № 4. P. 535.
6. *Юлдашев П.В., Хохлова В.А.* // Акуст. журн. 2011. Т. 57. № 3. С. 337.
7. *Kurganov A. R., Tadmor E.* // J. Comp. Phys. 2000. V. 160. P. 241.
8. *Zabolotskaya E. A., Khokhlov R. V.* // Sov. Phys. Acoust. 1969. V. 15. P. 35.
9. *Karzova M., Cunitz B., Yuldashev P. et al.* // AIP Conf. Proc. 2016. V. 1685. P. 040002.
10. *Росницкий П.Б., Юлдашев П.В., Хохлова В.А.* // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 3. С. 325.
11. *Tjotta J.N., Tjotta S., Vefring E. H.* // J. Acoust. Soc. Am. 1991. V. 89. № 3. P. 1017.
12. *Гамильтон М.Ф., Руденко О.В., Хохлова В.А.* // Акуст. журн. 1997. Т. 43. № 1. С. 48.
13. *Canney M.S., Bailey M.R., Crum L.A. et al.* // J. Acoust. Soc. Am. 2008. V. 124. P. 2406.
14. *Perez C., Chen H., Matula T.J. et al.* // J. Acoust. Soc. Am. 2013. V. 134. № 2. Pt. 2. P. 1663.
15. *Росницкий П. Б., Юлдашев П. В., Высоканов Б. А., Хохлова В. А.* // Акуст. журн. 2016. Т. 62. № 2. С. 153.
16. *Rosnitskiy P.B., Yuldashev P. V., Sapozhnikov O. A., Maxwell A. D., Kreider W., Bailey M.R, Khokhlova V.A.* // IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr. 2017 (accepted).
17. *Гаврилов Л.Р., Сапожников О.А., Хохлова В.А.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2015. Т. 79. № 10. С. 1386.
18. *Бессонова О.В., Хохлова В.А., Бэйли М.Р. и др.* // Акуст. журн. 2009. Т. 55. № 4–5. С. 445.