

УДК 534.86

АКУСТИЧЕСКАЯ ТОМОГРАФИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ПРИ НАГРЕВЕ СРЕДЫ ФОКУСИРОВАННЫМ УЛЬТРАЗВУКОВЫМ ПУЧКОМ

© 2009 г. С. А. Цысарь, О. А. Сапожников, В. Г. Андреев

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
E-mail: ser.sp@mail.ru*

Описан новый метод измерения температуры в фокальной области мощного ультразвукового излучателя в предположении аксиальной симметрии температурного поля. Метод основан на решении интегрального уравнения, связывающего температуру среды с временем задержки зондирующего ультразвукового импульса, пересекающего нагретую область в поперечном направлении на разных расстояниях от оси пучка. Проведен анализ точности алгоритма расчета температуры с учетом конечного набора экспериментальных данных, результаты расчетов сравниваются с экспериментом.

Знание пространственного распределения температуры в фокальной области мощного ультразвукового (УЗ) излучателя необходимо в различных приложениях ультразвука, в том числе и медицинских. В работах [1–3] описаны эксперименты по определению температуры в области фокальной перетяжки мощного УЗ-пучка с использованием двух сфокусированных преобразователей, установленных конфокально. Методика, использованная в [2, 3], основана на измерении задержки пробного УЗ-импульса, проходящего через нагретую область, и последующем сравнении результатов измерений с численными расчетами. В указанной методике сначала рассчитываются распределение акустического давления в фокальной области мощного УЗ-излучателя и соответствующие тепловые источники. Затем решается уравнение теплопроводности и рассчитывается температура. Для проведения указанных расчетов необходимо знать мощность излучателя, распределение давления по поверхности излучателя, а также такие параметры среды, как коэффициент поглощения ультразвука на определенной частоте, коэффициенты теплоемкости и теплопроводности. Однако в реальных условиях распределение акустического давления может отличаться от модельного или измеренного в воде, а теплофизические параметры среды могут быть неизвестны. Это накладывает определенные ограничения на использование упомянутой методики.

В настоящей работе предложен метод восстановления распределения температуры, основанный на решении обратной задачи в условиях аксиальной симметрии. В этом случае томографическая задача сводится к решению интегрального уравнения, связывающего измеряемую задержку зондирующего импульса, пересекающего нагретую область на разных расстояниях от оси мощного

УЗ-излучателя, с распределением температуры вдоль пути распространения этого импульса. Данная методика не требует знания пространственной структуры поля давления мощного УЗ-излучателя, требуется только наличие аксиальной симметрии этого поля.

В процессе измерений сфокусированный пучок мощного ультразвука, излучаемый пьезокерамическим вогнутым преобразователем диаметром 65 мм с фокусным расстоянием 70 мм и рабочей частотой 2 МГц, был использован для нагрева образца из полимерного материала (пластисол). В нагретой области изменялась скорость звука, что приводило к изменению задержки зондирующего импульса, проходящего через эту область. Зондирующий УЗ-импульс малой амплитуды посылался источником 1 к приемнику 2. Указанные источник и приемник (зондирующие преобразователи) были расположены конфокально на одной оси (рис. 1а) и представляли собой преобразователи, активные части которых изготовлены из вогнутых пьезокерамических пластин диаметром 76 мм с фокусным расстоянием 100 мм и рабочей частотой 3 МГц. Излучатель мощного ультразвука располагали таким образом, чтобы его ось была перпендикулярна оси преобразователей 1 и 2, а их общий фокус находился в фокальной плоскости греющего преобразователя на расстоянии y от его оси. Зондирующий УЗ-импульс преодолевал путь от источника 1 до приемника 2 за время пробега t_n , которое складывалось из времен пробега импульса в воде от излучателя 1 ($x = -x_M$) до левой границы образца ($x = -R$), в образце ($-R < x < R$) и в воде от правой границы образца до приемника 2 ($R < x < x_M$):

$$t_n(y) = \int_{-x_M}^{-R} \frac{dx}{c_B} + \int_{-R}^R \frac{dx}{c(x, y)} + \int_R^{x_M} \frac{dx}{c_B} = t_n^{(0)} + \tau(y), \quad (1)$$

где c_b – скорость звука в воде, $c(x, y)$ – скорость звука в образце, $t_n^{(0)}$ – полное время пробега от источника 1 до приемника 2 в отсутствие нагрева, т.е. при $c(x, y) \equiv c_0$ (c_0 – скорость звука в образце при начальной температуре T_0), $\tau(y)$ – дополнительная задержка, которая обусловлена изменением скорости звука в образце с температурой и эффектом теплового расширения образца при его нагреве. Выражение для $\tau(y)$ имеет следующий вид:

$$\tau(y) = \gamma \int_{-R}^R T(x, y) dx, \quad (2)$$

$$\gamma = \left(\frac{c_b - c_0}{c_b c_0} \beta - \frac{1}{c_0^2} \frac{dc}{dT} \right), \quad (3)$$

где $T(x, y)$ – отклонение температуры от значения T_0 в плоскости образца с координатами (x, y) , dc/dT – температурный коэффициент скорости звука, β – коэффициент теплового расширения образца. При записи (2) предполагали, что параметры β и dc/dT , входящие в (3), не зависят от температуры.

В случае аксиальной симметрии греющего пучка можно считать скорость звука и изменение температуры в образце зависящими только от координаты $r = \sqrt{x^2 + y^2}$. При этом задержка $\tau(y)$ из (2) запишется в следующем виде:

$$\tau(y) = \gamma \int_{-R}^R T(r) dx, \quad (4)$$

где $x = \sqrt{r^2 - y^2}$.

Учитывая симметрию относительно начала координат, достаточно рассмотреть случай $y > 0$ и интегрировать дважды по области пространства $x > 0$. Поскольку при больших x имеем $T(r) > 0$, получим

$$\begin{aligned} \tau(y) &= 2\gamma \int_0^R T(r) dx = \\ &= 2\gamma \int_y^{\sqrt{y^2 + R^2}} T(r) \frac{r dr}{\sqrt{r^2 - y^2}} \approx \int_y^{+\infty} \gamma T(r) \frac{2r dr}{\sqrt{r^2 - y^2}}. \end{aligned} \quad (5)$$

Введя обозначения $\xi = y^2$, $\Phi(\xi) \equiv \tau(y)$, $\rho = r^2$, $N(\rho) \equiv \gamma \cdot T(r)$, запишем (5) в виде

$$\Phi(\xi) = \int_{\xi}^{+\infty} \frac{N(\rho) d\rho}{\sqrt{\rho - \xi}}. \quad (6)$$

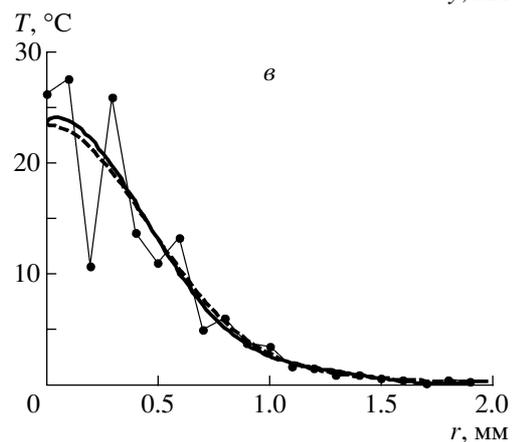
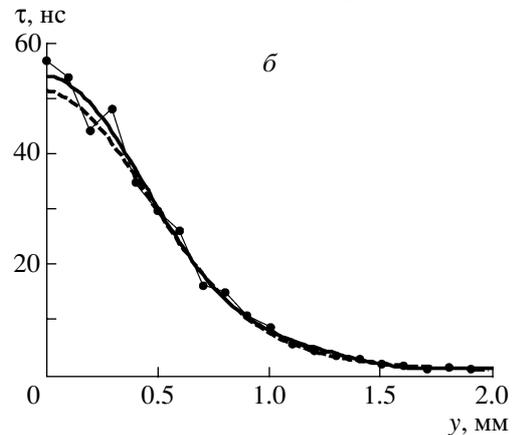
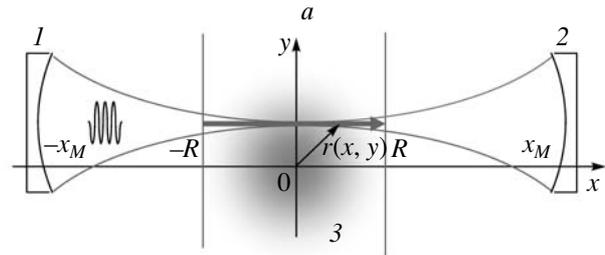


Рис. 1. *a* – схема измерения дополнительной задержки, возникающей при пересечении зондирующим импульсом слоя образца 3 с нагретой областью (показана серым цветом): 1 – излучатель ($x = -x_M$), 2 – приемник зондирующего импульса ($x = x_M$), $2R$ – толщина образца. Ось мощного УЗ-излучателя перпендикулярна плоскости рисунка и проходит через точку 0 ; *b* – задержка в зависимости от поперечной координаты y ; *в* – радиальное распределение температуры $T(r)$. На указанных графиках штриховые кривые соответствуют заданным (точным) значениям τ и T , точки описывают значения с введенными флуктуациями, сплошные кривые – результат сглаживания (см. описание в тексте).

Это уравнение имеет вид интегрального уравнения Абеля, решение которого в нашем случае имеет следующий явный вид [4]:

$$N(\rho) = -\frac{1}{\pi} \int_{\rho}^{+\infty} \frac{\Phi'(\xi) d\xi}{\sqrt{\xi - \rho}}. \quad (7)$$

Возвращаясь к исходным переменным, получим

$$T(r) = -\frac{1}{\pi\gamma} \cdot \int_0^{+\infty} \frac{d\tau(y+r)dy}{\sqrt{(y+r)^2 - r^2}}. \quad (8)$$

В эксперименте задержку измеряли для дискретного набора положений оси зондирующего пучка, т.е. измеряли значения $\tau_k = \tau(y_k = kh)$. Удобно восстанавливать показатель преломления $n_l = n(r_l)$ в последовательности значений поперечной координаты, расположенных с тем же шагом, т.е. в $r_l = lh$. Здесь k и l – целые числа, h – шаг по оси y . Замена интеграл в (8) суммой, а производную – конечными разностями, получим алгоритм нахождения профиля температуры $T(r = lh) = T_l$ в дискретном наборе точек r_l :

$$T_l = -\frac{1}{\pi h \gamma} \cdot \sum_{k=l}^{\infty} \frac{(\tau_{k+1} - \tau_k)}{\sqrt{(k+1/2)^2 - l^2}}. \quad (9)$$

Перед проведением эксперимента данный алгоритм был опробован на простой модели. В качестве модельного распределения температуры было выбрано гауссово распределение с параметрами, близкими к экспериментальным.

$$T(r) = T_M \exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2}\right), \quad (10)$$

где $T_M = 23^\circ\text{C}$, $r_0 = 0.68$ мм (пунктирная линия на рис. 1а). По формуле (2) был рассчитан профиль времени задержки $\tau(y)$ (штриховая линия на рис. 1б), соответствующий выбранному распределению температуры $T(r)$. Для имитации эксперимента значения времени задержки выбирали в дискретном наборе точек вдоль оси y с шагом 0.1 мм. К этим значениям прибавляли полученные с генератора случайных чисел величины, составляющие до 10% значения времени задержки в каждой точке. Эти добавки были введены для исследования влияния погрешностей эксперимента. Полученный таким образом дискретный набор времени задержки (показан точками на рис. 1б) использован в качестве входных данных для вычисления температуры по формуле (9). Полученная зависимость $T(r)$ показана точками на рисунке 1а. Видно, что значения температуры, восстановленные таким образом, отличаются от истинных значений более чем на 40% вблизи оси (при малых r). Это обусловлено тем, что температура и ее абсолютные флуктуации максимальны вблизи оси. Ошибка спадает по мере удаления от оси. Для повышения точности восстановления температуры был применен метод интерполяции экспериментальных значений времени задержки, измеренных в дискретных точках, непрерывной функцией в виде полинома 12-го порядка. На аппроксимационную функцию $f(y)$ на-

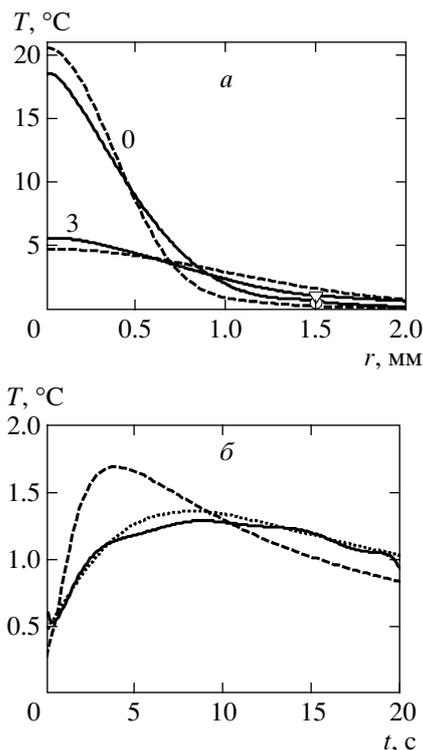


Рис. 2. а – радиальные распределения температуры сразу после окончания нагрева мощным УЗ-пучком и через 3 с (кривые 0 и 3 соответственно). Сплошная линия – результат восстановления температуры по измеренному и сглаженному распределению времени задержки. Штриховая линия – температура, рассчитанная по значению времени задержки импульса, проходящего через фокус, на основе решения уравнения теплопроводности [2]. Кружок (0 с) и треугольник (3 с) соответствуют показаниям термомпары на расстоянии 1.5 мм от фокуса. Эти же линии на диаграмме (б) представляют зависимости температуры от времени наблюдения на расстоянии 1.5 мм от фокуса. Показания термомпары здесь представлены пунктирной линией.

кладывали условие четности $f(y) = f(-y)$, на первую производную по y – условие $f'(y) \rightarrow 0$ при $y \rightarrow 0$, на вторую производную по y – условие $f''(0) < 0$. В формулу (9) подставляли значения указанных функций в дискретных точках оси y с шагом h , гораздо меньшим экспериментального. Было выбрано значение $h = 0.01$ мм, в результате чего получено распределение температуры с максимальным отклонением 7% от модельного (сплошные линии на рис. 1б и в). Указанный способ аппроксимации экспериментальных данных применяли для вычисления температуры в описанном ниже эксперименте.

Измерения проводили в образце в виде кубика со стороной 4 см, изготовленном из пластисола. Для контроля температуры на расстоянии $r = 1.5$ мм от оси греющего пучка помещали термомпару с размером чувствительной области 0.13 мм. Нагрев проводили путем кратковременного (в течение 0.5 с)

включения мощного ультразвука, поэтому температура среды зависела не только от координат, но и от времени t с момента выключения греющего излучения. Как следствие, задержка зондирующего импульса также являлась функцией y и t : $\tau = \tau(y, t)$. Измерения $\tau(y, t)$ проводили для дискретных значений поперечной координаты с шагом 0.1 мм. Перед выполнением расчета температуры осуществляли интерполяцию во времени экспериментальных данных задержки зондирующего импульса. С помощью сглаженных таким образом кривых можно было найти значения времени задержки для всего набора шагов по оси y для любого момента времени. После этого для конкретного момента времени проводили аппроксимацию полученных данных указанными выше полиномами $f(y)$, а затем применяли алгоритм (9).

Нагрев образца осуществляли УЗ-пучком мощностью 8.4 Вт в течение 0.5 с, что приводило к повышению температуры в фокусе на 20–25°C. С одной стороны, такой режим нагрева обеспечивал возникновение регистрируемых задержек зондирующего импульса. С другой стороны, температуры были достаточно малы по сравнению с температурой плавления материала (120°C), и такой нагрев не приводил к разрушению образца. На рис. 2а показаны результаты восстановления температурного профиля сразу после окончания нагрева мощным УЗ-пучком и через 3 с после этого (сплошная линия). Штриховой линией представлены результаты восстановления температуры с использованием метода, описанного в [2]. В этом методе используются измерения только времени задержки зондирующего импульса, проходящего через ось греющего излучателя. Указанный метод позволяет с хорошей точностью определить температуру в фокусе греющего излучателя, не гарантируя при этом точного определения всего температурного профиля. Показания термопары на расстоянии $r = 1.5$ мм от центра фокуса греющего преобразователя представлены на графике значками (кружок – для момента времени сразу после окончания нагрева, треугольник – через 3 с после этого). В первый момент времени модельное распределение температуры выше восстановленного по формуле (9), а через 3 с это распределение оказывается ниже и шире восстановленного по фор-

муле (9). Это можно объяснить отличием значений использованного в расчете коэффициента теплопроводности от действительного. На рис. 2б представлены временные зависимости температуры на расстоянии $r = 1.5$ мм от фокуса: штриховой линией – зависимость, рассчитанная по методу [2], сплошной линией – зависимость, полученная на основе зондирования нагретой области в дискретных точках и вычисленная по формуле (9), пунктиром – зависимость, измеренная термопарой. Из сравнения представленных зависимостей можно сделать вывод о том, что метод определения температуры на основе зондирования нагретой области в ряде дискретных точек более точно описывает распределение температуры в образце, что подтверждается совпадением значений восстановленной температуры и температуры, измеренной термопарой.

Таким образом, можно утверждать, что представленная методика определения температуры в области фокуса греющего ультразвукового излучателя позволяет достаточно точно определить профиль температуры без знания акустических и теплофизических параметров среды (коэффициента поглощения ультразвука, теплопроводности, теплоемкости) и мощности греющего источника, при определении которых часто возникают дополнительные ошибки. Кроме того, при применении указанной методики нет необходимости проводить ресурсоемкие расчеты акустического поля и численно решать уравнение теплопроводности, а достаточно применить простой численный алгоритм и знать следующие основные параметры материала: коэффициент изменения скорости звука с температурой и коэффициент теплового расширения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gavrilov L., Dmitriev V., Solontsova L. // J. Acoust. Soc. Am. 1988. V. 83. № 3. P. 1167.
2. Цысарь С.А., Бобкова С.М., Хохлова В.А., Андреев В.Г. // Сб. тр. XIX сессии РАО. 24–28 сентября 2007, Н. Новгород. Т. 2. С. 107.
3. Андреев В.Г., Ведерников А.В., Морозов А.В., Хохлова В.А. // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 2. С. 149.
4. Смирнов В.И. Курс высшей математики. Т. 2. Изд-е 17, испр. М.: Физматгиз, 1961. С. 245.