

УДК 53.05

ОСЦИЛЛЯЦИИ БЛОХА АКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ В СЛОИСТОЙ СТРУКТУРЕ

© 2013 г. А. А. Карабутов (мл.)^{1,2}, Ю. А. Косевич³, О. А. Сапожников²

¹Институт проблем лазерных и информационных технологий РАН
140700 Московская обл., Шатура, ул. Святоозерская 1
Тел.: (495) 939-5309; E-mail: akarabutov@gmail.com

²МГУ имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра акустики
119991 Москва, ГСП-1, Ленинские горы 1, стр. 2

Тел.: (495) 939-2952; E-mail: oleg@acs366.phys.msu.ru

³Институт химической физики им. Н.Н. Семенова РАН
119991 Москва, ул. Косыгина 4

Тел.: (495) 939-7139; E-mail: yukosevich@gmail.com

Поступила в редакцию 29.08.2012 г.

Целью данной работы является экспериментальная реализация акустического аналога эффекта осцилляций Блоха (ОБ) — явления возникновения периодической модуляции интенсивности акустической волны при прохождении акустического сигнала сквозь квазипериодическую структуру. Используется ультразвук частоты 1 МГц, а в качестве сверхрешетки применена слоистая структура, состоящая из чередующихся плоскопараллельных слоев стекла и воды. Для создания аналога внешнего электрического поля толщина слоев воды изменялась обратно пропорционально их порядковому номеру. Показано, что спектр пропускания такой структуры имеет вид эквидистантных узких пиков (аналог лестницы Ванье—Штарка), а огибающая прошедшего сигнала испытывает периодические осцилляции (аналог ОБ). Результаты эксперимента находятся в хорошем согласии с теоретическими расчетами, выполненными методом передаточных матриц.

Ключевые слова: осцилляции Блоха, лестница Ванье—Штарка, квазипериодические структуры.

DOI: 10.7868/S0320791913020068

ВВЕДЕНИЕ

Эффект осцилляций Блоха (ОБ) характеризует поведение электронов в твердом теле, к которому приложено внешнее электрическое поле [1, 2]. Наиболее просто ОБ описываются в рамках квазиклассической модели. Согласно этой модели, при включении постоянного поля квазиимпульс электрона начинает линейно во времени увеличиваться. Из-за периодичности структуры в твердом теле имеется пространственная периодичность и в зависимости энергии электрона от квазиимпульса. Поскольку скорость частицы при квазиклассическом описании равна производной энергии по квазиимпульсу, при линейно растущем квазиимпульсе скорость электрона оказывается периодической функцией времени. Иначе говоря, возникает колебательное движение электронов, и поэтому в теле порождается переменный ток. Частота таких (блоховских) осцилляций составляет $f_B = eEa/h$, где e — заряд электрона, E — напряженность электрического поля, a — период решетки, h — постоянная Планка. Указанный эффект осцилляций тока под действием постоянно-

го электрического поля противоречит привычным классическим представлениям.

Альтернативный способ объяснения блоховских осцилляций основан на рассмотрении энергетических уровней электрона. При приложении постоянного внешнего поля происходит штарковское расщепление исходно однородного энергетического спектра электрона на совокупность эквидистантных линий, называемых “лестницей Ванье—Штарка” [3]. Энергетический зазор между линиями составляет $\Delta W = eEa$. Блоховские осцилляции имеют частоту $f_B = \Delta W/h$ и представляют собой квантовые биения между состояниями указанной штарковской лестницы [4].

Для реализации блоховских осцилляций электрон должен успеть изменить направление движения до того, как он испытает рассеяние, т.е. должно быть выполнено условие: $eEl > W$, где l — длина свободного пробега электрона, W — ширина разрешенной зоны. Поэтому в традиционных полупроводниках, ширина разрешенной зоны которых составляет несколько эВ, для наблюдения ОБ требуются практически недостижимые

электрические поля порядка 1 МВ/см. Возможность обойти эту сложность появилась лишь в последнее время благодаря развитию технологий роста твердотельных гетероструктур — сверхрешеток [5]. Постоянная a таких наноструктурированных решеток в десятки раз превышает межатомное расстояние, что обеспечивает условие возникновения ОБ при относительно умеренных электрических полях, порядка 1–10 кВ/см. Первые свидетельства о проявлении эффекта ОБ были описаны в работах о сверхрешетках на основе полупроводниковых соединений GaAs/Al_xGa_{1-x}As [5–7]. Возможное применение эффекта ОБ связано с разработкой на его основе специального класса генераторов и приемников электромагнитного излучения в терагерцевом диапазоне частот.

Эффект осцилляций Блоха, имеющий отношение к поведению волновой функции электрона, имеет аналог для волн различной природы (например, для акустических, оптических или спиновых волн), распространяющихся в соответствующей квазипериодической структуре [8]. Известно, что наряду с полупроводниковыми сверхрешетками существует другой класс гетероструктур — фотонные кристаллы. В них периодически изменяется показатель преломления света, за счет чего также возникают разрешенные и запрещенные зоны — зоны пропускания и непропускания света. В работе [9] был проведен эксперимент по наблюдению оптического аналога ОБ. Были исследованы оптические сверхрешетки, образованные выращенными в определенной последовательности слоями с различным коэффициентом преломления света. Чтобы создать аналог лестницы Ванье—Штарка в спектре пропускания, авторы работы [9] изменяли период гетероструктуры обратно пропорционально номеру слоя. При этом резонансные частоты слоев оказывались прямо пропорциональными номеру слоя, что делало спектр пропускания такой структуры эквидистантным. На созданную структуру посылался короткий световой импульс и исследовалась временная зависимость интенсивности прошедшего сигнала. Как и предсказывали расчеты, после прохождения созданной структуры сигнал имел вид серии импульсов с затухающей амплитудой, следующих друг за другом с постоянной частотой следования.

Успешное наблюдение оптического аналога ОБ инициировало исследования по созданию систем по наблюдению ОБ для акустических волн [10–13]. В этих работах волны также распространялись в квазипериодических структурах, а элементы структуры подбирались исходя из условия изменения их резонансных частот пропорционально порядковому номеру. Использовались различные типы квазипериодических структур. Например, в статье [10] использовалась одномерная среда в виде совокупности сочлененных упру-

гих стержней круглого или прямоугольного сечения. Стержни различались либо длиной (в случае элементов в виде круговых цилиндров), либо высотой (в случае элементов в виде параллелепипедов). В статье [11] описаны эксперименты с использованием слоистой среды, изготовленной по аналогии с “фотонным кристаллом” работы [9]. Среда представляла собой совокупность чередующихся твердых и жидких слоев, причем апертичность вносилось путем изменения толщин жидких слоев. В указанной статье [11] был измерен эквидистантный спектр прохождения звука сквозь слоистую структуру (аналог лестницы Ванье—Штарка), но сами осцилляции огибающей проходящего сигнала, имитирующие осцилляции Блоха, не регистрировались. Одной из целей настоящей работы является проведение такого наблюдения. В работе также исследуются некоторые особенности распространения акустических волн в слоистых средах с постоянным градиентом обратной толщины слоев.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассмотрим слоистую среду, представляющую собой совокупность чередующихся слоев из материалов двух типов. Имея в виду удобство практической реализации слоев с регулируемой толщиной, будем считать один из материалов жидким, а другой — твердым. Отметим, впрочем, что при теоретическом моделировании конкретный тип материала слоев значения не имеет. Пусть толщина твердотельных слоев одинакова, а толщина слоев жидкости изменяется по следующему закону (см. [9, 11]):

$$l_m = \frac{l_0}{1 + \gamma(m - m_0)}, \quad (1)$$

где $m = 1, 2, \dots, M$ — номер слоя, l_m — его толщина, $m_0 = M/2$ и l_0 — номер и толщина слоя в середине исследуемой структуры, $\gamma = 1/l_{m+1} - 1/l_m$ — относительный градиент обратных толщин, который предполагается не зависящим от номера слоя m .

Распространение гармонической волны в среде, состоящей из однородных слоев, удобно проводить методом передаточных матриц [14]. Напомним кратко суть подхода. Пусть $n = 1, 2, \dots, N$ — номер слоя (например, для $n = 1, 3, 5, \dots$ это твердотельные слои, а $n = 2, 4, 6, \dots$ — жидкие), P_n^+ и P_n^- — комплексные амплитуды акустического давления для волн, распространяющихся в данном слое вправо и влево. Тогда для амплитуд волн в двух соседних слоях можно записать следующую связь [15]:

$$\begin{pmatrix} P_{n-1}^+ \\ P_{n-1}^- \end{pmatrix} = \hat{A}_{n-1,n} \begin{pmatrix} P_n^+ \\ P_n^- \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Здесь $\hat{A}_{n-1,n}$ – матрица перехода:

$$\hat{A}_{n-1,n} = \begin{pmatrix} \frac{z_n + z_{n-1}}{2z_n} e^{-ik_n l_n} & \frac{z_n - z_{n-1}}{2z_n} e^{ik_n l_n} \\ \frac{z_n - z_{n-1}}{2z_n} e^{-ik_n l_n} & \frac{z_n + z_{n-1}}{2z_n} e^{ik_n l_n} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Элементы матрицы $\hat{A}_{n-1,n}$ зависят от акустических импедансов z_n , скоростей звука c_n и толщин l_n слоев. В (3) использованы также следующие обозначения: $k_n = \omega/c_n$ – волновое число, ω – циклическая частота. Предполагается, что характер временной зависимости в волне имеет вид $\sim e^{-i\omega t}$. Записав соотношения вида (2) для всех слоев, получаем, что падающая и отраженная волны в воде (P_0^+ и P_0^-) связаны матричным соотношением с падающей и отраженной волнами за всеми пластинами (P_N^+ и P_N^-):

$$\begin{pmatrix} P_0^+ \\ P_0^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_N^+ \\ P_N^- \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где полная матрица перехода $\hat{A} = \|a_{ij}\|$ находится последовательным перемножением матриц перехода всех слоев: $\hat{A} = \hat{A}_{0,1} \times \hat{A}_{1,2} \times \dots \times \hat{A}_{N-2,N-1} \times \hat{A}_{N-1,N}$.

Нас будет интересовать ситуация, когда плоскопараллельная структура из твердотельных пластинок погружена в жидкость, источник падающей волны находится слева от структуры, а приемник, соответственно, справа. Тогда можно считать встречную волну в последнем (жидком) слое отсутствующей: $P_N^- = 0$, и выразить из (4) коэффициенты отражения и прохождения через структуру: $R = P_0^-/P_0^+ = a_{21}/a_{11}$ и $T = P_N^+/P_0^+ = 1/a_{11}$. Для расчета значений амплитуд волны в слоях при заданной

амплитуде падающей волны P_0^+ нужно последовательно применить алгоритм (2), исходя из значений $P_N^- = 0$ и $P_N^+ = TP_0^+$. При расчете плотности акустической энергии в слоях также требуется знать значения амплитуд колебательной скорости: $V_n^\pm = \pm P_n^\pm/z_n$.

Для напоминания известных особенностей спектра пропускания слоистой структуры проанализируем случай однородной структуры ($\gamma = 0$) при различных параметрах составляющих ее сред. Это рассмотрение можно упростить за счет использования матрицы, описывающей распространение акустических волн сразу через два слоя. Искомую матрицу можно получить как результат произведения матриц (3) для твердого и жидкого слоев: $\hat{\Psi} = \hat{A}_{0,1} \times \hat{A}_{1,2}$, где слои 0 и 2 – твердые, а 1 – жидкий. С учетом (3) данная матрица может быть представлена в виде:

$$\hat{\Psi} = \begin{pmatrix} a & b^* \\ b & a^* \end{pmatrix}, \quad (5)$$

$$a = e^{-ik_1 l_1} \left[\cos(k_2 l_2) - i \frac{z_1^2 + z_2^2}{2z_1 z_2} \sin(k_2 l_2) \right],$$

$$b = -i \frac{z_2^2 - z_1^2}{2z_1 z_2} e^{-ik_1 l_1} \sin(k_2 l_2),$$

где $z_i = \rho_i c_i$ – импеданс слоя ($i = 1, 2$), ρ_i – плотность, c_i – скорость звука, $k_i = \omega/c_i$ и l_i – волновое число в слое и его толщина.

Для расчета переходной матрицы слоистой структуры, состоящей из N пар слоев, достаточно возвести матрицу $\hat{\Psi}$ в N -ю степень. Для этого воспользуемся следующей формулой [16]:

$$\hat{\Psi}^N = \begin{pmatrix} a & b^* \\ b & a^* \end{pmatrix}^N = \begin{pmatrix} a \frac{\sin(N\varphi)}{\sin(\varphi)} - \frac{\sin((N-1)\varphi)}{\sin(\varphi)} & b^* \frac{\sin(N\varphi)}{\sin(\varphi)} \\ b \frac{\sin(N\varphi)}{\sin(\varphi)} & a^* \frac{\sin(N\varphi)}{\sin(\varphi)} - \frac{\sin((N-1)\varphi)}{\sin(\varphi)} \end{pmatrix},$$

где $\varphi = \arccos[\operatorname{Re}(a)]$ – вспомогательный угол, определяемый параметрами слоев.

С учетом выписанных выше значений элементов матрицы прохождения слоистой структуры, коэффициент прохождения может быть рассчитан по формуле:

$$T = \frac{\sin(\varphi)}{a \sin(N\varphi) - \sin((N-1)\varphi)}.$$

Рассмотрим коэффициент прохождения при условии, что резонансные частоты жидкого и твердого слоев отличаются ровно в 2 раза: $k_1 l_1 =$

$= 2k_2 l_2 = \pi + 2\varepsilon$. В приближении узкой зоны пропускания ($\varepsilon \ll 1$) имеем $a \approx \varepsilon(1 + 4\zeta) + 2i\zeta$, что дает

$$T \approx \frac{1}{\cos(N\varphi) + i\zeta \frac{\sin(N\varphi)}{\sin(\varphi)}}, \quad (6)$$

где $\varphi = \arccos[\varepsilon(1 + 2\zeta)]$, $\varepsilon = \frac{\pi}{2} \left(\frac{f}{f_1} - 1 \right)$, $\zeta = \frac{z_1^2 + z_2^2}{2z_1 z_2}$,

$f_1 = \frac{c_1}{2l_1}$ – резонансная частота твердого слоя.

Согласно полученной формуле (6), частотная зависимость модуля коэффициента пропускания

представляет собой чередующиеся пики (максимумы) и провалы (минимумы). Последние не полностью доходят до нуля, а образуют некоторый пьедестал $|T|_{\min}$ (см. верхний график на рис. 4а). Для определения высоты указанного пьедестала рассмотрим условия достижения минимума коэффициента прохождения: $\cos(N\varphi) = 0$. Отсюда пьедестал описывается формулой:

$$|T|_{\min} \approx \frac{|\sin(\varphi)|}{\zeta} \approx \frac{\sqrt{1 - [\varepsilon(1 + 2\zeta)]^2}}{\zeta} = \frac{1}{\zeta} \sqrt{1 - \left(\frac{f - f_1}{\Delta f}\right)^2},$$

где $\Delta f = 2f_1/\pi(1 + 2\zeta)$ – полуширина зоны, при условии, что значения частот лежат в диапазоне $f \in [f_1 - \Delta f, f_1 + \Delta f]$. Максимальное значение “пьедестала”:

$$\max(|T|_{\min}) \approx \frac{1}{\zeta}.$$

На основе полученных формул можно сделать вывод, что увеличение отношения импедансов соседних слоев приводит к сужению пиков пропускания и к понижению пьедестала. Эти особенности важно иметь в виду при планировании экспериментов: при малой высоте пьедестала пики пропускания лучше выражены, что облегчает возможность их наблюдения. Узость пиков при большом контрасте импедансов указывает на необходимость выбора достаточно малого шага по частоте при измерении спектра пропускания слоистой структуры.

Найдем частоты, на которых будут располагаться провалы между соседними пиками пропускания, а также количество этих провалов. Для этого воспользуемся следующим условием для их нахождения: $N\varphi = \frac{\pi}{2} + \pi n$. При подстановке этого условия в формулы (6) получаем выражение для частот, соответствующих минимумам модуля спектра прохождения:

$$f = f_1 + \Delta f \cos\left(\frac{1}{N} \left[\frac{\pi}{2} + \pi n \right]\right), \quad n = 0, 1, \dots, N - 1.$$

Проведем те же вычисления для нахождения положения пиков прохождения. Для этого воспользуемся следующими условиями: $\cos(N\varphi) = 1$, $\sin(\varphi) \neq 0$, т.е. $N\varphi = \pi n$ и $\varphi \neq \pi n$:

$$f = f_1 + \Delta f \cos(\pi n/N), \quad n = 1, \dots, N - 1.$$

Из условия $N\varphi = \pi n$ получается, что пиков должно быть $N + 1$, но из-за наличия условия $\varphi \neq \pi n$ два крайних пика не реализуются. Таким образом, частотная зависимость модуля спектра прохождения в пределах одной зоны имеет $N - 1$ пиков пропускания с располагающимися между ними $N - 2$ провалами [5]. Иными словами, число пиков пропускания совпадает с числом резонансных полостей жидкости в промежутках

между N твердотельными слоями (равным $N - 1$). Общая ширина пиков и глубина провалов между ними определяется отношением импедансов твердого и жидкого слоев.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Реализация акустического аналога эффекта ОБ требует специального подбора толщин твердотельных и жидких слоев. Будем исходить из того, что регулируемой в эксперименте является толщина лишь жидких слоев. Тогда требуется создать условия, при которых акустическая энергия накапливается в основном в жидких слоях, а твердотельные слои играют пассивную роль. Как известно, накопление энергии в слое толщины l происходит вблизи резонансных частот кратных $c/(2l)$, где c – скорость звука в слое. Следовательно, твердотельные пластинки не резонируют (пассивны) в частотных диапазонах, находящихся вдали от частот $f_n^{(\text{solid})} = n \cdot c_{\text{solid}}/(2l_{\text{solid}})$, $n = 1, 2, \dots$. Слои жидкости эффективно накапливают энергию вблизи частот $f_m^{(\text{fluid})} = m \cdot c_{\text{fluid}}/(2l_{\text{fluid}})$, $m = 1, 2, \dots$. Чтобы обеспечить условие локализации энергии лишь в жидких слоях, требуется выбрать характерную частоту сигналов близкой к одной из частот $f_m^{(\text{fluid})}$ и максимально удаленной от $f_n^{(\text{solid})}$. Указанное требование, в частности, удовлетворяется, если резонансные частоты жидких слоев расположены посередине между резонансными частотами твердотельных слоев. На низких частотах указанное условие соответствует частотам $f \approx f_1^{(\text{fluid})} = 0.5 \cdot f_1^{(\text{solid})}$, т.е. жидкие слои нужно выбирать полуволновыми, а твердотельные слои – четвертьволновыми. Пусть, например, имеются слои из стекла толщиной $l_{\text{solid}} \approx 1.6$ мм со скоростью звука $c_{\text{solid}} \approx 6000$ м/с (см. ниже). Тогда частота волны должна быть близка $c_{\text{solid}}/(4l_{\text{solid}}) \approx 1$ МГц, а толщина жидких слоев $l_{\text{fluid}} = 2l_{\text{solid}}c_{\text{fluid}}/c_{\text{solid}} \approx 0.8$ мм. Проведенные оценки использовались для выбора параметров описанной ниже экспериментальной установки.

Как отмечалось выше, в качестве исследуемой среды была выбрана слоистая структура из чередующихся твердотельных и жидких слоев (подобная структура была использована в работе [11]). Слоистая структура представляла собой погруженную в воду конструкцию из шести пластин, расположенных параллельно друг другу. Пластины были изготовлены из стекла и имели форму квадрата со стороной 4 см. Толщины пластин, измеренные с помощью микрометра, приведены в таблице. Разброс в разных точках пластин не превышал 8 мкм, т.е. относительные изменения толщины для каждой пластины находились в пределах 0.5%. Из таблицы также видно, что все шесть

пластин с высокой точностью имели одинаковую толщину. Скорость звука в стекле измерялась при комнатной температуре эхо-импульсным методом с использованием коротких сигналов, возбужденных оптико-акустическим способом [17]. Результаты этих измерений также приведены в таблице. Плотность стекла определялась путем взвешивания и измерения размеров образцов; она составила (2503 ± 25) кг/м³. Это значение хорошо согласуется с табличным значением для оконного стекла [18]. Оно было использовано при численных расчетах. Значения плотности и скорости звука в воде принимались равными 1500 м/с и 1000 кг/м³ соответственно.

Отметим, что число жидких слоев в описанной выше структуре на единицу меньше числа твердотельных слоев, т.е. всего имелось пять жидких слоев регулируемой толщины. Как было указано выше, для реализации акустического аналога эффекта ОБ требуется задавать толщины жидких слоев l_m в соответствии с формулой (1). С этой целью в наших экспериментах между стеклянными пластинами устанавливались вставки необходимой толщины. При исследовании акустического аналога ОБ измерения производились при различных значениях градиента γ , что потребовало большого количества вставок. Каждая вставка состояла из толстой пластинки, грубо задающей толщину слоя, и набора тонких пластинок, обеспечивающих более точную подстройку толщины. В качестве толстой части вставок использовались автомобильные шупы, представляющие собой пластины из высокопрочной инструментальной стали с калиброванной толщиной в диапазоне от 50 мкм до 1 мм. Более тонкая регулировка толщины жидких слоев производилось путем добавления нужного количества слоев фольги толщиной 10 мкм. Получающиеся таким образом вставки представляли собой полоски длиной 15 см и шириной 1 см. Они устанавливались на противоположных краях стеклянных пластин. Таким образом, для задания нужного расстояния между соседними стеклянными пластинами использовались две вставки. Проверка того, что зазор между пластинами имел нужную величину и высокую параллельность, производилась с помощью микрометра путем измерения толщины каждой вставки около всех четырех углов соответствующей пластины.

Схема экспериментальной установки изображена на рис. 1. Форма излучаемого сигнала в цифровом виде формировалась на компьютере (1) и передавалась в цифровой генератор (2). С него сигнал в аналоговом виде поступал в пьезоэлектрический преобразователь (3), который вместе с исследуемой структурой (4) находился в бассейне с водой (5). Акустические волны, возбуждаемые преобразователем, распространялись в воде, проходили сквозь слоистую структуру, вновь распро-

странялись в воде и попадали на приемный преобразователь. Принятый сигнал в дальнейшем поступал на цифровой осциллограф (6), а от него передавался в компьютер для записи и обработки.

В качестве излучающего и приемного преобразователей были использованы два одинаковых широкополосных преобразователя с центральной частотой около 1 МГц и диаметром 38 мм (модель V392-SU, Olympus, США). Они устанавливались друг напротив друга в оптические юстировочные устройства; последние позволяли плавно регулировать углы наклона преобразователей. Оба юстировочных устройства закреплялись на жесткой раме. Одно юстировочное устройство было неподвижно, а второе могло передвигаться по рельсам, что позволяло плавно изменять расстояние между источником и приемником.

Для наблюдения акустического аналога ОБ экспериментальная установка должна удовлетворять ряду требований. В частности, (а) слоистая структура должна быть плоскопараллельной, (б) распространение исследуемых волн должно быть близким к одномерному, (в) источник и приемник должны быть достаточно широкополосными для неискаженного излучения и приема импульсных сигналов.

Плоскопараллельность слоев гарантировалась описанным выше процессом сборки структуры. Одномерный характер распространяющихся волн обеспечивался тем, что приемник имел широкую апертуру и располагался в ближней зоне излучателя. Длина ближней зоны может быть оценена как $L = \pi a^2 / \lambda$, где $a = 1.9$ см – радиус апертуры преобразователя, $\lambda \approx 0.15$ см – длина волны на центральной частоте. Указанная оценка дает $L \approx 76$ см, что заметно превышает использованное в эксперименте расстояние между источником и приемником (около 30 см). Однако в реальности дифракционные эффекты ближнего поля могли сказаться на меньших расстояниях. Для выяснения того, насколько сильно расходимость волны могла повлиять на амплитуду акустических волн, предварительно были проведены измерения принимаемых сигналов на различных расстояниях между источником и приемником. Измерения производились с помощью автоматизированной трансляционной системы, которая могла перемещать приемник с шагом 10 мкм вдоль трех взаимно перпендикулярных осей (Velmex, США). Одна из осей, перпендикулярная поверхностям преобразователей, использовалась для выставления расстояния, а две другие – для совмещения центров источника и приемника. Перед измерениями производилась юстировка преобразователей. Сначала они приближались друг к другу до касания для совмещения их центров и примерного задания параллельности поверхностей. Затем приемник отодвигался на максимально возможное в условиях эксперимента

расстояние 30 см, где производилась подстройка параллельности преобразователей путем выставления максимума амплитуды приемника при излучении высокочастотного сигнала. После этого преобразователи снова сдвигались почти до касания для проверки их соосности. Если соосность нарушалась, то производилась ее корректировка поперечным перемещением приемника. Указанная процедура юстировки повторялась до тех пор, пока результат не становился повторяемым.

Влияние дифракционной расходимости исследовалось путем записи амплитуды принимаемых акустических волн как функции расстояния при излучении длинного радиоимпульса с прямоугольной огибающей и гармоническим заполнением. Такие измерения проводились на различных частотах. Использование импульсного режима позволяло избавляться от влияния переотражений между источником и приемником. На рис. 2 точками приведена экспериментальная зависимость амплитуды сигнала частоты 800 кГц от расстояния между преобразователями. Сплошной линией приведена теоретическая зависимость для поршневого источника, полученная методом, описанным в статье [19]. Для удобства сравнения обе зависимости нормированы на соответствующие максимальные значения. Как видно, экспериментальная зависимость довольно хорошо описывается теоретической кривой. При этом обе кривые указывают на некоторый спад амплитуды волны при удалении приемника. Отметим, что вплоть до расстояния 30 см уменьшение сигнала составляло не более 25%, что позволяло считать

Измеренные толщины и скорости звука в стеклянных пластинах

Номер	Толщина, мм	Скорость звука, м/с
1	1.662 ± 0.008	5781 ± 31
2	1.630 ± 0.007	5791 ± 13
3	1.628 ± 0.005	5790 ± 17
4	1.654 ± 0.007	5761 ± 77
5	1.632 ± 0.006	5785 ± 31
6	1.653 ± 0.006	5786 ± 20

дифракционную расходимость на этом участке слабой.

Как отмечалось выше, для наблюдения аналога ОБ источник и приемник должны обладать достаточно широкой частотной полосой. Проверка этого условия проводилась путем излучения и приема короткого импульса при расположении преобразователей на расстоянии 30 см друг от друга (именно это расстояние использовалось в последующих экспериментах со слоистой структурой). Сначала по вышеописанной схеме производилась юстировка параллельности преобразователей. Затем на излучатель подавался короткий электрический радиоимпульс $u_1(t)$, спектр которого $S_1(f)$ занимал частотную полосу примерно от 500 кГц до 1.5 МГц. Возбуждаемый акустический импульс распространялся в воде и попадал на приемный датчик, на выходе которого регистрировался электрический сигнал $u_2(t)$. Для того что-

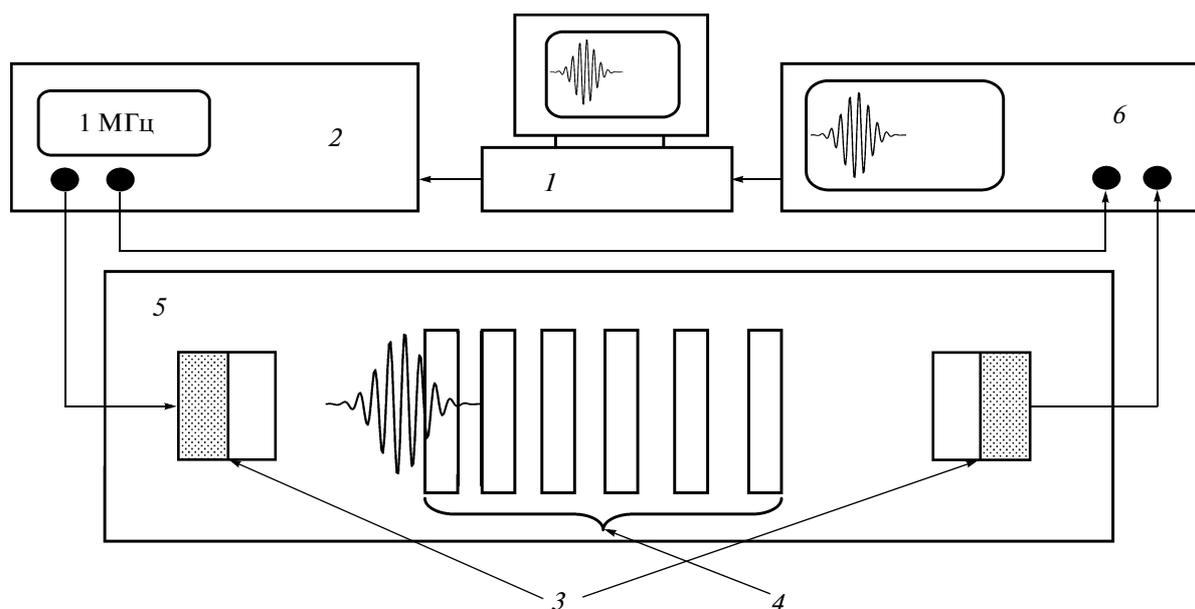


Рис. 1. Схема экспериментальной установки. 1 – компьютер, 2 – генератор, 3 – пьезопреобразователи, 4 – слоистая структура, 5 – ванна с водой, 6 – осциллограф.

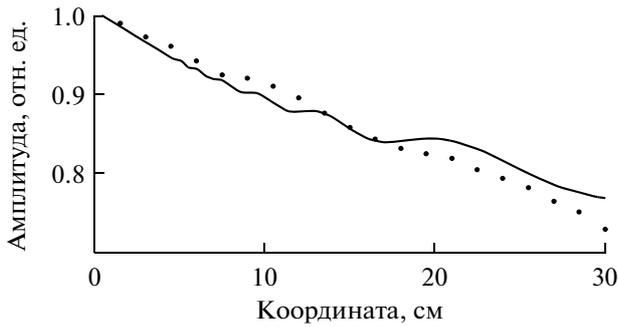


Рис. 2. Зависимость принятого акустического сигнала от расстояния между источником и приемником: сплошная линия – эксперимент, пунктирная линия – теория.

бы выделить частотную характеристику преобразователей, принятый сигнал $u_2(t)$ записывался с момента прихода фронта сигнала вплоть до момента прихода переотраженного от излучателя импульса (т.е. длительность временного окна была равна времени тройного пробега от источника до приемника). Далее вычислялся соответствующий спектр $S_2(f)$. Чтобы учесть двойное электроакустические преобразование (при излучении и при приеме), эффективность излучения и приема на заданной частоте $G(f)$ характеризовалась квадратным корнем от отношения спектральных амплитуд принятого и возбужденного сигналов: $G(f) = \sqrt{S_2(f)/S_1(f)}$. График указанной функции, нормированной на свое максимальное значение, приведен на рис. 3. Видно, что в полосе частот от 800 кГц до 1 МГц функция $G(f)$ изменялась незначительно, что гарантировало корректные измерения формы акустических нестационарных сигналов в указанном диапазоне частот.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ И ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Рассмотрим сначала характерные особенности спектра пропускания исследуемой слоистой

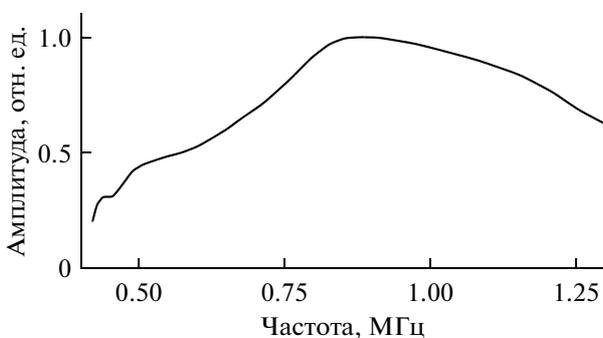


Рис. 3. Частотная характеристика преобразователей, измеренная импульсным методом при расстоянии между преобразователями 20 см.

структуры. Как отмечалось выше, толщины жидких слоев выбирались так, чтобы интересующий нас толщинный резонанс жидких слоев происходил на частотах, далеких от толщинных резонансов твердотельных пластин. Исходя из этого, в рабочем диапазоне частот жидкий слой выбирался близким к полуволновому, а твердотельный слой – к четвертьволновому, так же, как в работе [11]. Частота самого низкого толщинного резонанса в стеклянных пластинах, рассчитанная на основе параметров из таблицы, составляла 1.76 МГц. Толщина среднего жидкого слоя в расчетах выбиралась равной $l_0 = 0.845$ мм, что при скорости в воде 1500 м/с соответствовало резонансной частоте $f_0 = 888$ кГц. Результаты расчетов коэффициента прохождения в широком диапазоне частот приведены на рис. 4а для строго периодической структуры ($\gamma = 0$) и на рис. 4б для случая ненулевого градиента обратных толщин жидких слоев ($\gamma = 3\%$). Поведение коэффициента пропускания, приведенное на рис. 4а, является типичным для периодически неоднородных сред: зоны пропускания (“разрешенные” зоны) чередуются с зонами непропускания (“запрещенными” зонами). Зоны пропускания конечной ширины локализируются в районе толщинных резонансов. Так, вблизи частоты 0.9 МГц имеется зона шириной около 100 кГц, которая расположена вокруг основного толщинного резонанса жидких слоев. Более подробно структура указанной зоны показана на

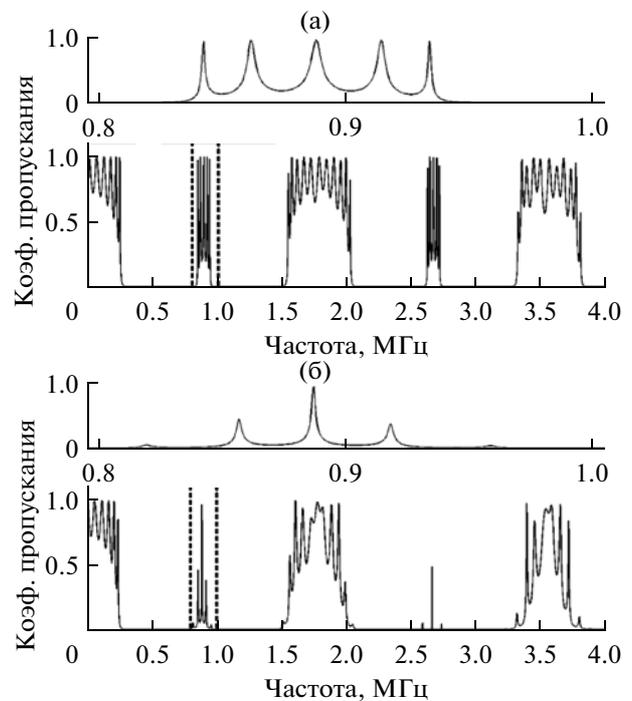


Рис. 4. Зависимость коэффициента пропускания слоистой структуры от частоты для для различных градиентов обратных толщин: (а) $\gamma = 0\%$; (б) $\gamma = 3\%$.

графике-вставке сверху над основным графиком. Соответствующий участок на основном графике отмечен вертикальными штриховыми линиями. Видно, что на фоне некоторого пьедестала в частотной зависимости коэффициента пропускания имеются пики, число которых совпадает с числом жидких слоев (эта особенность уже обсуждалась выше). Следующая, по мере роста частоты, зона пропускания локализована вблизи частоты толщинного резонанса твердотельных пластин (около 1.8 МГц), совпадающей с частотой второго толщинного резонанса жидких слоев. Поэтому эта зона шире предыдущей и количество имеющихся в ней пиков равно общему количеству слоев в структуре. При дальнейшем повышении частоты (вблизи частоты 2.7 МГц) имеется еще одна разрешенная зона, связанная с третьим резонансом жидких слоев. Далее указанная закономерность повторяется. При изменении толщин жидких слоев в соответствии с формулой (1) общий характер частотной зависимости коэффициента пропускания сохраняется (рис. 4б). Однако изменяется тонкая структура разрешенных зон. Это видно на вставке, показывающей поведение коэффициента пропускания вблизи основного толщинного резонанса жидких слоев. Видно, что боковые пики в тонкой структуре начинают уменьшаться. Более важной является другая особенность: пьедестал опускается, а расстояние между указанными пиками начинает увеличиваться по сравнению со случаем $\gamma = 0$. Отметим, что именно указанные пики в разрешенной зоне представляют собой аналог лестницы Ванье–Штарка. Более подробно их поведение с ростом γ обсуждается ниже.

Одной из принципиальных особенностей поведения электронов в условиях проявления ОБ является эффект их пространственной локализации в различных областях кристалла в зависимости от приобретенной ими энергии. Аналогичная локализация в волновых аналогах ОБ должна проявляться в виде пространственного перераспределения энергии волн разных частот. Описанный выше теоретический алгоритм позволяет исследовать характер локализации в случае акустического аналога ОБ. В качестве примера на рис. 5 приведено рассчитанное распределение объемной плотности энергии акустического поля в диапазоне частот от 0.8 до 1 МГц внутри исследованной в эксперименте слоистой структуры. Указанный диапазон соответствует разрешенной зоне вблизи частоты низшего толщинного резонанса жидких слоев. Номерами помечены стеклянные пластинки, жидкие слои расположены между ними. Для удобства визуализации слабых сигналов градациям серого поставлен в соответствие логарифм плотности энергии. По оси абсцисс отложена координата (стеклянные пластины, имеющие толщину 1.65 мм, помечены номерами), по оси ординат — частота в

МГц. При расчетах плотности энергии на каждой частоте результат нормировался на плотность энергии в падающей волне. Как видно из приведенных рисунков, энергия волны в выбранном диапазоне частот локализована преимущественно в жидких слоях. Полосатая структура в пределах каждого слоя соответствует пикам в обсужденной выше частотной зависимости коэффициента пропускания. Для удобства указанная зависимость приведена на вставке справа от основного изображения. Рисунок 5а соответствует случаю одинаковых толщин жидких слоев ($\gamma = 0$). Энергия волны на всех частотах распределена по жидким слоям примерно одинаково, т.е. локализация отсутствует. При внесении в систему ненулевого градиента обратных толщин характер распределения энергии изменяется — см. рис. 5б, 5в. Энергия на низких частотах локализуется слева, в более толстых слоях, а энергия высокочастотных компонент скапливается в правой части структуры, где жидкие слои тоньше. Для больших γ указанный эффект локализации выражен более отчетливо (рис. 5в).

Другой важной особенностью изменений, происходящих с ростом γ , является “разбегание” полос повышенной плотности энергии по частотной шкале. Из рис. 5 видно, что указанный эффект в точности соответствует поведению пиков пропускания в рассматриваемой разрешенной зоне и является не чем иным, как аналогом эффекта раздвигания лестницы Ванье–Штарка с ростом внешнего электрического поля в кристалле.

Более подробно это явление показано на рис. 6а, на котором градациями серого показано рассчитанное распределение коэффициента пропускания в зависимости от частоты и градиента обратных толщин γ . Увеличение γ от нулевого значения не сразу вызывает взаимное удаление пиков пропускания. В области малых γ линии пропускания практически не расходятся, однако уже начиная с $\gamma = 2\%$ они почти линейно разбегаются в зависимости от γ . Точно так же разность частот пиков в спектре электрона линейно зависит от приложенного к кристаллу электрического напряжения (эффект Ванье–Штарка). Увеличение γ приводит также к уменьшению абсолютной величины коэффициента пропускания на боковых пиках, что связано с существенной разницей импедансов жидких и твердых слоев. Из рис. 6а можно сделать вывод, что в рассматриваемой системе акустический аналог осцилляций Блоха можно было наблюдать в области изменений γ от 2 до 8%.

Описанные выше теоретические результаты сравнивались с экспериментом. При проведении измерений преобразователи устанавливались на расстоянии 30 см друг от друга. Прежде чем поместить в воду исследуемую многослойную конструкцию, проводилась настройка параллельности поверхностей приемника и источника. Для

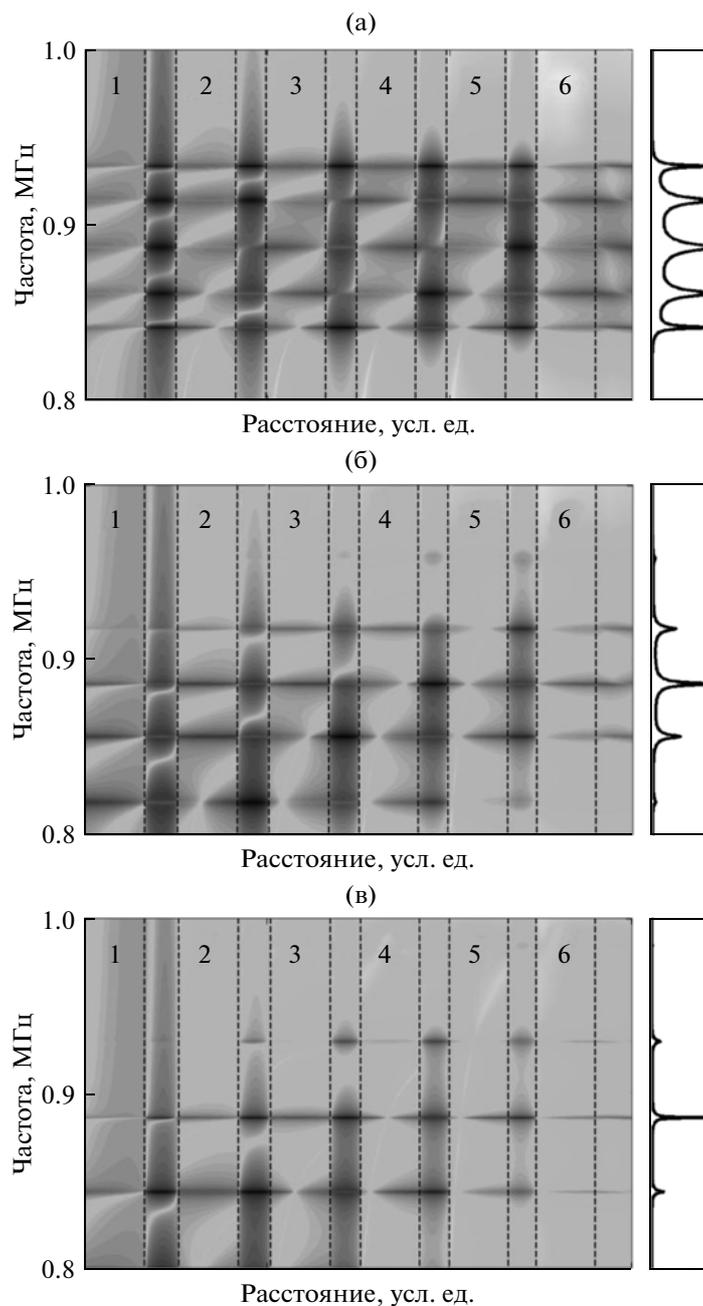


Рис. 5. Распределение объемной плотности энергии акустического поля внутри слоистой структуры. Твердые слои отмечены цифрами. На вставке справа приведена частотная зависимость коэффициента пропускания. Данные приведены для различных градиентов обратных толщин: (а) $\gamma = 0\%$; (б) $\gamma = 3\%$; (в) $\gamma = 5\%$.

этого излучался радиоимпульс с прямоугольной огибающей на частоте 1.1 МГц. Длительность импульса выбиралась равной 40 периодам; при этом к концу импульса переходные процессы в преобразователях заканчивались и огибающая выходила на постоянный уровень, соответствующий непрерывному режиму излучения. Изменением углов наклона преобразователей производился поиск оптимального положения – такого, при котором амплитуда принятого сигнала на участке

установившейся огибающей была наибольшей. После окончания описанной юстировки между датчиками помещалась исследуемая структура. Параллельность поверхности излучателя и передней пластины многослойной структуры также устанавливалась акустическим методом, по максимуму амплитуды отраженного от пластины сигнала.

Частотная зависимость коэффициента прохождения слоистой структуры находилась на ос-

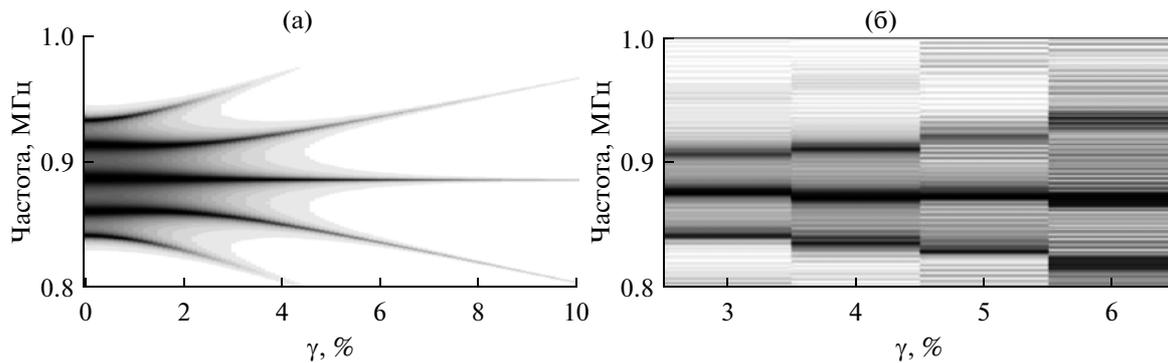


Рис. 6. Сравнение результатов моделирования (а) и измерений (б) модуля коэффициента пропускания (градации серого цвета) в зависимости от частоты (ордината) и градиента обратных толщин (абсцисса).

нове сравнения двух серий измерений — без структуры и при ее наличии. В обеих сериях использовалась одна и та же амплитуда выходного импульса генератора 5 В. Длительность импульса была равна 40 периодам волны. Измерение амплитуды принимаемой волны проводилось на временном участке с установившейся огибающей сигнала приемника, примерно через 15 периодов после прихода фронта сигнала, что соответствовало режиму непрерывной волны. Частота изменялась в полосе от 800 кГц до 1 МГц с шагом 0.4 кГц. Коэффициент пропускания на каждой частоте вычислялся как отношение амплитуды волны при наличии исследуемой структуры к амплитуде волны при ее отсутствии.

Результаты экспериментального исследования частотной зависимости коэффициента пропускания слоистой среды при различных γ приведены на рис. 6б. Чтобы можно было сравнивать теорию и эксперимент, форма представления данных на рис. 6б выбрана такой же, как на теоретической зависимости 6а. С этой целью кривые частотных зависимостей при различных γ переведены в полосы шириной $\Delta\gamma = 1\%$, градации серого цвета на которых характеризуют коэффициент пропускания. Как видно из сравнения рис. 6а и 6б, эксперимент подтверждает наличие лестницы Ванье–Штарка с почти линейным расхождением пиков пропускания с ростом градиента обратных толщин γ .

Частотная зависимость коэффициента пропускания для случая $\gamma = 3\%$ изображена более детально на рис. 7. На верхнем графике показана теоретическая зависимость, а на нижнем — экспериментальная. Как видно, результаты измерений очень хорошо соответствуют теории. Имеется лишь небольшой сдвиг экспериментальной “гребенки” относительно теоретической, около 10 кГц, в сторону низких частот. Указанный сдвиг составляет примерно 1% от частоты центрального модельного пика (890 кГц) и может быть объяснен видимым утолщением слоев из-за некоторой непараллельности

поверхностей преобразователей и слоев слоистой структуры.

Для наблюдения аналога осцилляций Блоха необходимо, чтобы на выходе из слоистой структуры возникал сигнал, спектр которого состоит из нескольких (хотя бы двух) пиков лестницы Ванье–Штарка. Как видно из рис. 7, это произойдет, если спектр падающей волны попадет в зону прозрачности — диапазон частот, где расположены пики пропускания. Штриховой линией на нижнем графике показан колоколообразный спектр падающей волны, выбранный для реализации блоховских осцилляций. Центр спектра падающей волны был немного смещен вправо отно-

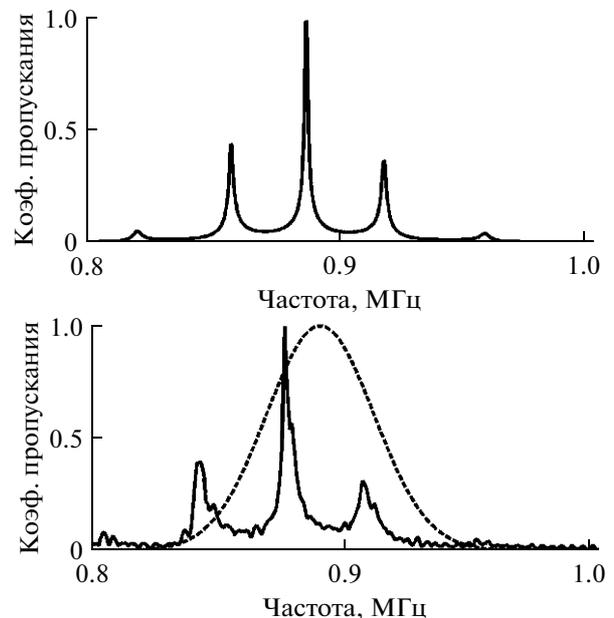


Рис. 7. Сравнение результатов моделирования (а) и измерений (б) частотной зависимости коэффициента пропускания для случая $\gamma = 3\%$. Форма спектра зондирующего импульса при наблюдении осцилляций Блоха показана на рисунке (б) штриховой линией.

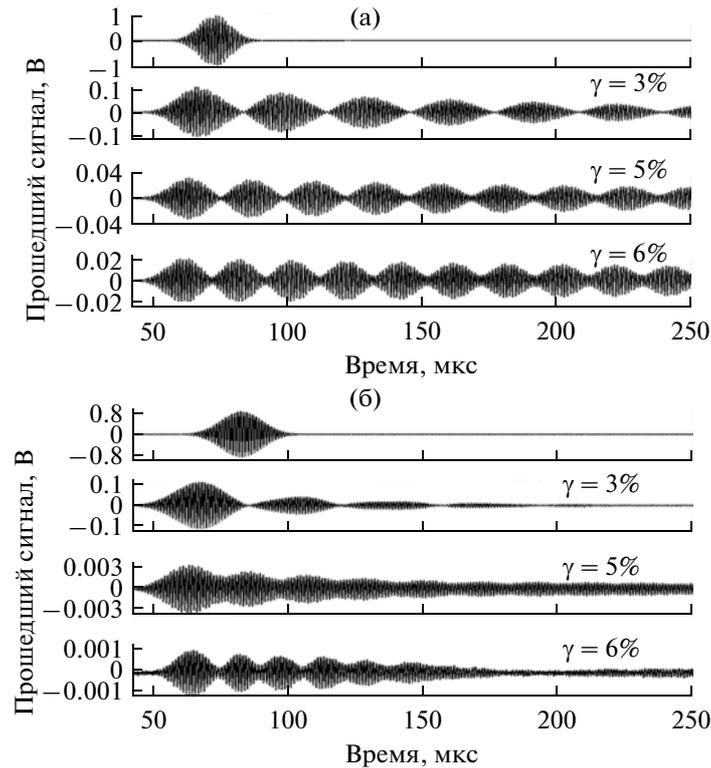


Рис. 8. Сравнение результатов эксперимента (а) и моделирования (б) сигнала, измеренного на выходе из слоистой структуры для $\gamma = 3, 5, 6\%$. Падающий на структуру импульсный сигнал показан на верхнем графике.

сительно самого сильного пика пропускания, чтобы подавить этот пик и усилить слабый пик-сателлит, т.е. сделать прошедшую волну состоящей из двух квазимонохроматических волн сравнимой амплитуды.

На рис. 8 приведены результаты расчетов (слева) и измерений (справа) эффекта осцилляций Блоха при падении на исследуемую структуру волны со спектром, показанным на рис. 7б штриховой линией. Временной профиль падающего сигнала показан на верхних графиках рис. 8. Он имел форму радиоимпульса с гауссовой огибающей, с частотой заполнения около 0.9 МГц и длительностью около 20 мкс. На остальных графиках на рис. 8 показана форма прошедшего сигнала при различных значениях градиента обратных толщин γ . Важно, что и в расчетах, и в эксперименте прошедший сигнал имел вид отчетливых квазипериодических биений. Экспериментальные профили сигнала приемного датчика затухали гораздо быстрее теоретических, что может быть объяснено дифракционными потерями и неидельностью структуры. Время жизни биений в эксперименте составило около 150 мкс, что позволило наблюдать несколько осцилляций огибающей прошедшего сигнала. При увеличении градиента обратных толщин γ осцилляторная структура огибающей сохранялась, а частота осцилляций

увеличивалась (см. рис. 8б). Таким образом, наблюдался акустический аналог осцилляций Блоха.

На рис. 9 приведена зависимость частоты осцилляций Блоха от градиента обратных толщин γ . Экспериментальные точки, помеченные цифрой 1, находились из спектральной функции пропускания слоистой системы (кривые типа рис. 7б) на основе разности частот основного пика пропускания и расположенных рядом пиков-сателлитов. Экспериментальные точки, помеченные цифрой 2, рассчитывались исходя из частоты осцилляций огибающей (см. рис. 8б). В области $\gamma < 1\%$ измерение частоты осцилляций проводилось с более мелким шагом по параметру γ , чтобы подтвердить предсказываемую теорией слабую зависимость частоты биений от градиента обратных толщин. Этот вывод подтвердился экспериментально. Более интересной является диапазон $\gamma \geq 3\%$. В этой области частота биений растет почти линейно с ростом параметра γ . Как видно, экспериментальные точки хорошо ложатся на проведенную из начала координат прямую линию.

ВЫВОДЫ

Использование слоистой структуры из плоскопараллельных пластин, промежутки между

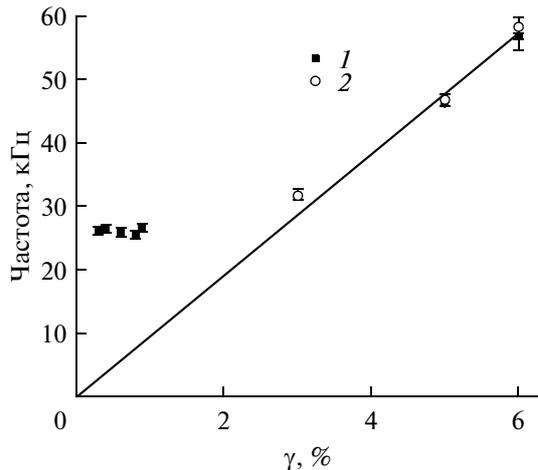


Рис. 9. Сравнение частот осцилляций Блоха, найденных экспериментально как разность центральных частот соседних линий пропускания (точки, 1) и измеренных напрямую по осцилляциям огибающей прошедшего сигнала (кружки, 2). Сплошная линия — результат линейной аппроксимации для измерений при $\gamma > 2\%$.

которыми заполнены жидкостью, позволяет реализовать эффект, аналогичный квантовому эффекту осцилляций Блоха. В акустическом случае в качестве внешнего электрического поля выступает линейный градиент обратных толщин жидких слоев, а осцилляции испытывает огибающая сигнала на выходе из структуры при падении на нее короткого импульса. В настоящей работе с использованием структуры из погруженных в воду стеклянных пластин впервые проведено прямое экспериментальное наблюдение акустического аналога осцилляций Блоха. Показано, что увеличение градиента обратных толщин жидких слоев приводит к линейному увеличению частоты осцилляций.

Работа поддержана грантами РФФИ №№ 08-02-00368 и 11-02-01189.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bloch F. Über die Quantenmechanik der Elektronen in Kristallgittern // *Z. Phys.* 1929. V. 52. P. 555–600.
2. Zener C. A theory of the electrical breakdown of solid dielectrics // *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character.* 1934. V. 145. № 855. P. 523–529.
3. Mendez E.E., Bastard G. Wannier-Stark ladders and Bloch oscillations in superlattices // *Physics Today.* June 1993. P. 34–42.
4. Wannier G.H. Dynamics of band electrons in electric and magnetic fields // *Rev. of Mod. Phys.* 1962. V. 34. № 4. P. 645–655.
5. Tsu R., Esaki L. Tunneling in a finite superlattice // *Appl. Phys. Lett.* 1973. V. 22. № 11. P. 562–564.
6. Leo K. Interband optical investigation of Bloch oscillations in semiconductor superlattices // *Semicond. Sci. Technol.* 1998. V. 13. P. 249–263.
7. Dekorsy T., Leisching P., Köhler K., Kurz H. Electro-optic detection of Bloch oscillation // *Phys. Rev. B.* 1994. V. 50. № 11. P. 8106–8109.
8. Kosevich Yu.A. Anomalous Hall velocity, transient weak supercurrent, and coherent Meissner effect in semiconductor superlattices // *Phys. Rev. B.* 2001. V. 63. P. 205313-1-19.
9. Sapienza R., Costantino P., Wiersma D. Optical analogue of electronic Bloch oscillations // *Phys. Rev. Lett.* 2003. V. 91. № 26. P. 263902-1-4.
10. Gutiérrez L., Díaz-de-Anda A., Flores J., Méndez-Sánchez R.A., Monsivais G., Morales A. Wannier-Stark ladders in one-dimensional elastic systems // *Phys. Rev. Lett.* 2006. V. 97. P. 114301-1-4.
11. Sanchis-Alepuz H., Kosevich Yu.A., Sanchez-Dehesa J. Acoustic analogue of electronic Bloch oscillations and resonant Zener tunneling in ultrasonic superlattices // *Phys. Rev. Lett.* 2007. V. 98. P. 134301-1-4.
12. de Lima M.M.Jr., Kosevich Yu.A., Santos P.V., Cantareiro A. Surface acoustic Bloch oscillations, the Wannier–Stark ladder, and Landau–Zener tunneling in a solid // *Phys. Rev. Lett.* 2010. V. 104. P. 165502-1-4.
13. Lanzillotti-Kimura N.D., Fainstein A., Perrin B., Jusserand B., Mauguin O., Largeau L., Lemaître A. Bloch oscillations of THz acoustic phonons in coupled nanocavity structures // *Phys. Rev. Lett.* 2010. V. 104. P. 197402-1-4.
14. Бреховских Л.М., Годин О.А. Акустика слоистых сред. М.: Наука, 1989. 414 с.
15. Пономарев А.Е., Булатицкий С.И., Сапожников О.А. Компрессия и усиление ультразвукового импульса, отраженного от одномерной слоистой структуры // *Акуст. журн.* 2007. Т. 53. № 2. С. 157–167.
16. Ярив А., Юх П. Оптические волны в кристаллах, пер. с англ. М.: Мир, 1987. 616 с.
17. Карабутов А.А., Кобелева Л.И., Подымова Н.Б., Чернышова Т.А. Лазерный оптико-акустический метод локального измерения упругих модулей композиционных материалов, упрочненных частицами // *Заводская лаборатория. Диагностика материалов.* 2009. Т. 75. № 3. С. 27–33.
18. Бабичев А.П., Бабушкина Н.А., Братковский А.М. и др. Под ред. Григорьева И.С., Мейлихова Е.З. Физические величины: Справочник. М.: Энергоатомиздат, 1991.
19. Bass R. Diffraction effects in the ultrasonic field of a piston source // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1958. V. 30. № 7. P. 602–605.