

АКУСТООПТИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПРИ ЛАЗЕРНОЙ ВИБРОМЕТРИИ В ЖИДКОСТИ

© 2009 г. О. А. Сапожников, А. В. Морозов, Д. Катиньоль*

119991 Москва, Ленинские горы, МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет

E-mail: oleg@acs366.phys.msu.ru

*INSERM Unité 556, 151 Cours Albert Thomas, 69008 Lyon, France

Поступила в редакцию 19.10.08 г.

Показано, что классический метод лазерной виброметрии при измерениях в жидкостях дает неверные результаты, причем ошибка измерения смещения может превышать 100%. На регистрируемой картине вибраций появляется ложная структура с пространственным масштабом, равным длине акустической волны в жидкости. Кроме того, лазерный виброметр показывает наличие смещения в областях, где оно на самом деле отсутствует, а в нестационарном режиме на изображении возникают несуществующие поверхностные волны, распространяющиеся со скоростью звука в жидкости. Причина указанных искажений — акустооптическое взаимодействие в конденсированной среде на пути пробного лазерного луча. Получено аналитическое выражение для функции Грина при лазерной виброметрии как при гармоническом, так и при импульсном возбуждении исследуемой поверхности. Показано, что она объясняет все обнаруженные в экспериментах артефакты лазерной виброметрии в жидкости и может быть использована для корректировки данных измерений.

PACS: 43.20.Tb, 43.20.Ye

1. ВВЕДЕНИЕ

Лазерная виброметрия является одним из способов измерения смещения светоотражающих поверхностей [1]. Метод основан на измерении сдвига фазы световой волны при ее отражении от исследуемой точки поверхности. Такой подход обладает высоким разрешением, как пространственным, обычно около 0.1 мм, так и временным, до 10^{-8} с. Кроме того, при измерениях лазер может находиться на значительном удалении от изучаемого объекта. Благодаря указанным преимуществам, лазерные виброметры широко используются в различных областях науки и техники. В частности, этот метод может быть применен для исследования работы ультразвуковых источников [2, 3].

При использовании лазерных виброметров необходимо иметь в виду, что они предназначены для проведения измерений в условиях, когда смещение поверхности является единственной причиной изменения фазы пробного лазерного пучка. Это так, если на пути следования оптического луча отсутствуют нестационарные неоднородности показателя преломления, приводящие к неконтролируемому дополнительному сдвигу фазы. При измерениях в вакууме или однородных газах указанное требование выполняется. В прозрачных жидкостях и твердых телах ситуация иная: из-за вызванных колебанием поверхности изменений плотности среды применение метода зачастую оказывается невозможным. В ряде работ на

это обстоятельство не обращается внимания, в связи с чем делаются ошибочные выводы о характере колебаний исследуемых поверхностей. В настоящей статье приводятся результаты изучения характера сигнала лазерного виброметра при нахождении исследуемой колеблющейся поверхности в конденсированной среде.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ДЕМОНСТРАЦИЯ ВЛИЯНИЯ АКУСТООПТИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Эксперименты, демонстрирующие важность эффекта акустооптического взаимодействия при работе лазерного виброметра, проводились в рамках совместных исследований кафедры акустики физического факультета МГУ и акустической лаборатории Института здоровья и медицинских исследований Франции (INSERM, Unité 556). Схема установки приведена на рис. 1. Исследуемый пьезоэлектрический излучатель помещался в кювету с прозрачной жидкостью, в одной из стенок которой имелось прозрачное окно, изготовленное из плоскопараллельной пластины из кварцевого стекла. Через это окно на преобразователь направлялся пробный луч от лазерного виброметра. Параллельно плоской излучающей поверхности, на расстоянии 0.5 мм, устанавливалась пластиковая мембрана с золотым напылением. Мембрана была очень тонкой (10 мкм) и по-

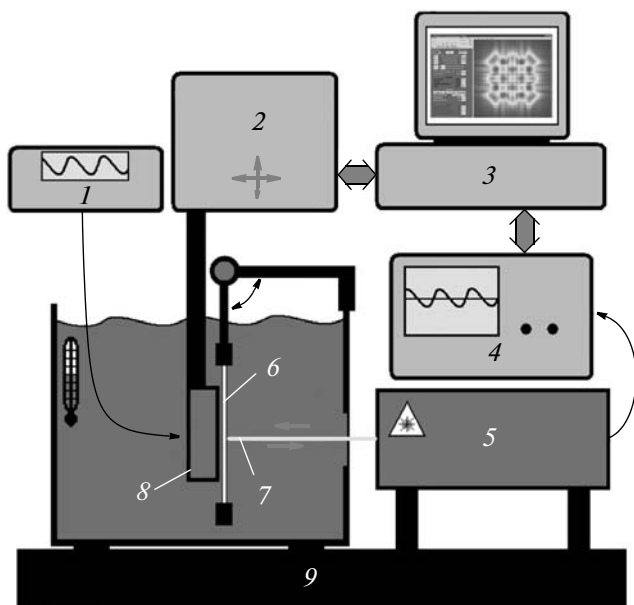


Рис. 1. Схема экспериментальной установки по лазерной виброметрии в жидкости. 1 – генератор, 2 – система позиционирования, 3 – компьютер, 4 – осциллограф, 5 – лазерный виброметр, 6 – светоотражающая мембрана, 7 – пробный лазерный луч, 8 – исследуемый излучатель, 9 – оптическая скамья.

этому не препятствовала прохождению ультразвука. В то же время она хорошо отражала пробный лазерный луч. Поскольку мембрана располагалась от излучателя на расстоянии много меньшем длины ультразвуковой волны, смещение ее поверхности мало отличалось от смещения поверхности пьезопластины. В процессе измерений мембрана оставалась неподвижной, а преобразователь перемещался параллельно ей с помощью управляемой компьютером системы позиционирования. Для уменьшения вибраций кювета и лазерный виброметр устанавливались на оптиче-

ской скамье. Использовался промышленный гетеродинный лазерный виброметр марки The Thales Laser S.A. SH-140 (Франция), который позволял измерять смещения с амплитудами до 100 Å. Аналоговые выходные сигналы лазерного виброметра принимались цифровым осциллографом и передавались по интерфейсу GPIB на компьютер для обработки. При измерениях в воздухе отражающая мембрана наклеивалась на поверхность излучателя, а в остальном установка оставалась без изменений.

С помощью описанной выше установки исследовались колебания поверхности различных преобразователей. Рассмотрим здесь лишь один из них – квадратный преобразователь размером 4 × 4 см, имеющий частоту толщинного резонанса 1 МГц. Преобразователь был изготовлен из пьезокомпозитного материала типа 1–3. Такой 1–3 пьезокомпозит представляет собой совокупность маленьких пьезокерамических столбиков, помещенных в полимерный материал типа эпоксидной смолы [4]. В пьезокомпозитном материале, в отличие от цельной пьезокерамики, волны Лэмба сильно подавлены [5, 6].

На рис. 2 показаны результаты измерения смещения поверхности преобразователя в непрерывном режиме на частоте 1 МГц. Слева показано распределение амплитуды смещения при измерениях в воздухе, а справа – в воде. Центральная картинка – это рентгеновское изображение структуры преобразователя. Самая мелкая структура пьезокомпозита, видимая при просвечивании рентгеном, не проявляется на измеренном виброметром распределении амплитуды смещения. Однако более крупные неоднородности выявляются довольно отчетливо. Отметим, что структура пьезокомпозита при его изготовлении специально делается аперидичной, чтобы избежать нежелательных резонансных явлений. Эта аперидичность видна и на рентгеновском снимке, и на

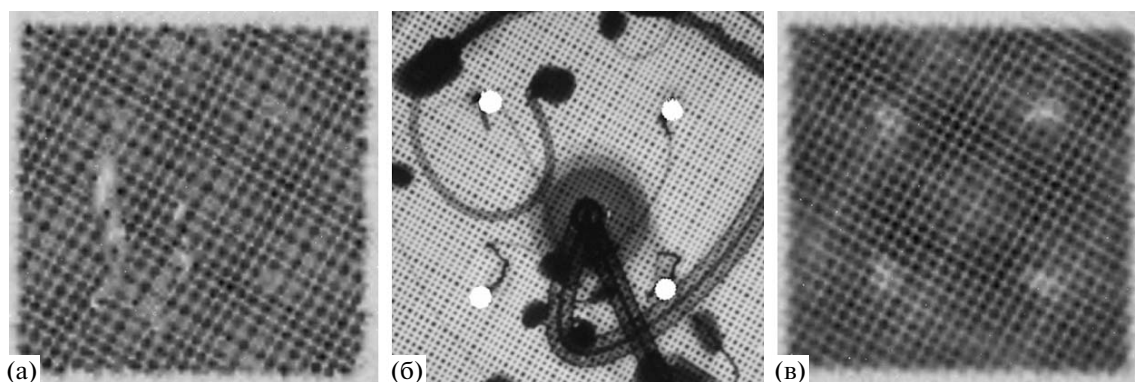


Рис. 2. Распределение амплитуды смещения поверхности пьезокомпозитного излучателя в непрерывном режиме, измеренное в воздухе; шаг сканирования 0.5 мм; более темные участки соответствуют более высокой амплитуде смещения (используется линейная серая шкала) (а). Аналогичное распределение, измеренное в воде (в). Рентгеновская фотография структуры преобразователя, в том же масштабе (б).

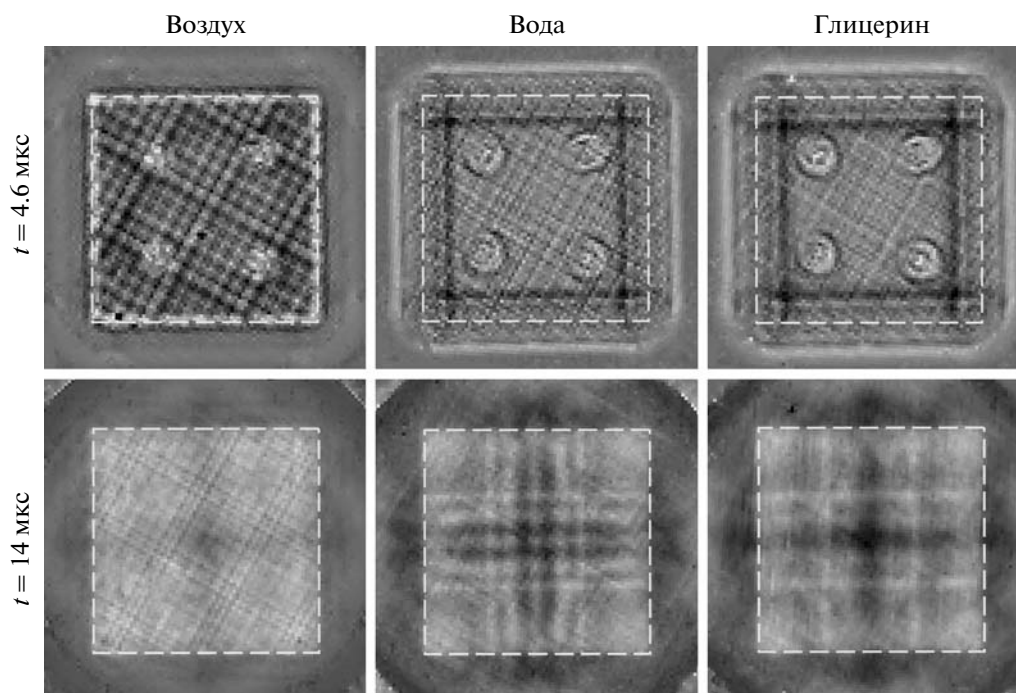


Рис. 3. Распределение смещения поверхности излучателя, измеренное в импульсном режиме. Граница излучателя помечена белой штриховой линией. Шаг сканирования 0.6 мм. Измерения проводились в воздухе, воде и глицерине. Тип среды указан сверху, а момент измерения – слева.

изображении, полученном при измерениях лазерным виброметром в воздухе. При измерениях в воде видимая неоднородность скорости оказалась строго периодичной, причем шаг этой структуры был равен 1.5 мм, что в точности совпадает с длиной ультразвуковой волны в воде. Как будет ясно из дальнейшего, из-за акустооптического взаимодействия сильная “сетка” с пространственным периодом, равным длине акустической волны в жидкости, накладывается на истинное распределение амплитуды смещения и, тем самым, маскирует его. Природа этой сетки будет пояснена ниже.

Еще более отчетливо эффект акустооптического взаимодействия выявляется в импульсном режиме, когда на источник подается короткий возбуждающий импульс. При этом участки неоднородности в структуре пьезопластины могут стать источниками поверхностных волн. Поскольку использовался пьезокомпозит, то можно было ожидать, что эти волны были сильно подавлены. Измерения проводились в воздухе и в двух жидкостях — воде и глицерине. Дополнительные измерения с глицерином, скорость звука в котором заметно отличается от скорости звука в воде (1.9 мм/мкс и 1.5 мм/мкс, соответственно), позволили проверить предположение об акустооптическом взаимодействии как причине артефактов лазерной виброметрии. Типичные результаты приведены на рис. 3.

При измерениях в воздухе действительно были обнаружены поверхностные волны. Они хорошо были видны в начальные моменты времени как расходящиеся кружки около 4-х точек электрического контакта (верхнее левое изображение). Эти волны быстро затухали. Кроме того, можно было заметить слабые возмущения, идущие от краев и сходящиеся к центру излучателя. Эти возмущения были почти не видны в начальные моменты времени; они проявлялись лишь тогда, когда сходились к центру излучателя и образовывали характерный крест (нижнее левое изображение). По времени образования креста можно было измерить скорость волн, которая оказалась приближенно равной 2 мм/мкс. При помещении преобразователя в жидкость эти волны становятся волнами утечки, и поэтому можно было ожидать их ослабления. Они действительно не были заметны при измерениях в воде и глицерине. Однако по сравнению с наблюдениями в воздухе, в жидкостях на изображениях лазерного виброметра появились сильные возмущения, распространяющиеся по поверхности от мест контактов и от краев (центральная и правая колонки рис. 3). Как будет показано ниже, это — артефакты, обусловленные акустооптическим взаимодействием. Картинка, которую выдает при этом лазерный виброметр, есть теневое изображение краевых волн, не имеющее прямого отношения к истинному смещению поверхности. Указанные волны

распространяются в жидкости, а не в пьезопластине. Это подтверждается тем, что измеренная скорость перемещения темных полос на изображениях была разной для воды и глицерина. Различие в скоростях можно видеть на центральном и правом изображениях нижнего ряда. Видно, что к моменту времени $t = 14$ мкс при измерениях в воде “поверхностные волны” от краев еще не сошлись в центре излучателя, а при использовании глицерина – уже достигли центра и образовали характерный крест. Измеренная скорость фронта соответствующих возмущений совпала со скоростью звука в жидкостях, т.е. составила 1.5 мм/мкс в воде и 1.9 мм/мкс в глицерине.

Таким образом, при лазерном интерферометрическом измерении смещения поверхности, находящейся в жидкости, возникают сильные ложные сигналы, не имеющие прямого отношения к истинному смещению. Заметим, что амплитуда этих ложных сигналов в некоторые моменты времени во много раз превышает истинное смещение, т.е. акустооптическое взаимодействие нельзя не принимать в расчет.

3. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СИГНАЛА ЛАЗЕРНОГО ВИБРОМЕТРА С УЧЕТОМ АКУСТООПТИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

3.1. Расчет оптического набега фаз

Рассмотрим плоский акустический излучатель, поверхность которого находится при $z = 0$. В процессе колебаний поверхность смещается и приобретает координату $z = \xi(x, y, t)$, где смещение ξ есть функция поперечных координат x, y и времени t . Пробный световой луч от лазера падает перпендикулярно на указанную поверхность, отражается от нее и распространяется назад. Далее он попадает в интерферометр, где измеряется сдвиг фаз между падающей и отраженной световыми волнами. Поскольку луч проходит расстояние между источником и поверхностью дважды, он приобретает следующий фазовый сдвиг:

$$\varphi = (4\pi/\lambda) \int_{\xi}^L n(\mathbf{r}, t) dz, \quad (1)$$

где λ – длина световой волны в вакууме, L – толщина слоя среды на участке между виброметром и поверхностью, n – показатель преломления, зависящий в общем случае от координат и времени. Даже если в исходном состоянии среда является оптически однородной, она перестает быть таковой из-за излучения в нее акустической волны колеблющейся поверхностью. При этом $n(\mathbf{r}, t) = n_0 + \gamma p(\mathbf{r}, t)$, где n_0 – невозмущенное значение показателя пре-

ломления среды, $\gamma = dn/dp$ – акустооптический коэффициент, $p(\mathbf{r}, t)$ – акустическое давление. В общем случае показатель преломления определяется плотностью среды [7], но в акустической волне изменение плотности пропорционально акустическому давлению.

Наряду с внесением дополнительного набега фаз, неоднородность показателя преломления может привести к рефракции луча, т.е. отклонению его от исходного прямолинейного распространения. В результате луч будет отражаться не от той точки поверхности, в которую он изначально направлялся. Кроме того, при сильном отклонении отраженного луча произойдет уменьшение или даже полное подавление сигнала лазерного виброметра, поскольку пробный и опорный лучи будут разнесены в пространстве и, как следствие, перестанут интерферировать. Однако упомянутая рефракция луча может считаться несущественной в случае слабой неоднородности показателя преломления, т.е. при малой амплитуде колебаний поверхности излучателя. Ниже предполагается именно такой режим. В пренебрежении членами второго порядка малости формула (1) принимает вид [8]:

$$\varphi \approx (4\pi/\lambda) \left[n_0(L - \xi) + \gamma \int_0^L p(\mathbf{r}, t) dz \right]. \quad (2)$$

Как видно, величина φ зависит не только от смещения поверхности в точке падения лазерного луча (ξ), но и от распределения акустического давления на всем оптическом пути. В вакууме и газах акустооптический эффект отсутствует или пренебрежимо мал ($\gamma \rightarrow 0$), т.е. изменение фазы оказывается пропорциональным смещению поверхности: $\Delta\varphi = -(4\pi n_0/\lambda)\xi$, т.е.

$$\xi = \Delta\varphi \left[-\lambda/(4\pi n_0) \right]. \quad (3)$$

Это выражение является базовым для метода лазерной виброметрии в вакууме и газах. Как уже отмечалось, в конденсированных средах связь не является такой простой и пренебрежение акустооптическим взаимодействием может привести к существенным ошибкам.

На рис. 4 приведен пример численного моделирования, иллюстрирующий влияние акустооптического эффекта [9]. В качестве излучателя рассмотрен ультразвуковой источник размером 4×4 см, работающий на частоте 1 МГц в воде. Распределение нормальной компоненты скорости поверхности было выбрано неравномерным, что является типичным при работе пьезокерамических источников ультразвука. Акустическое поле в воде, двумерное распределение амплитуды которого показано на рисунке, рассчитывалось с использованием ин-

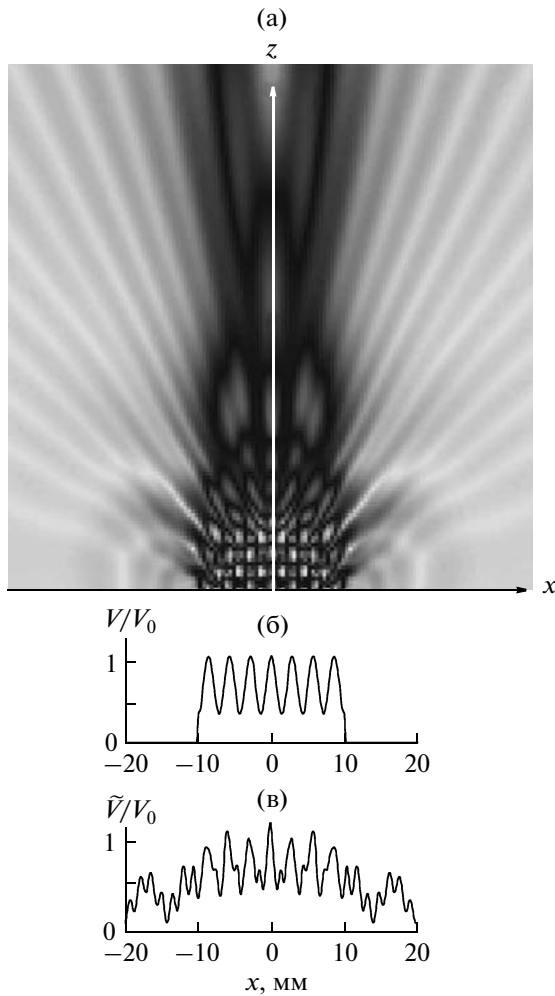


Рис. 4. Иллюстрация влияния акустооптического взаимодействия в жидкости на показания лазерного вибromетра (результаты моделирования). Двумерное распределение амплитуды акустического давления в плоскости xz , рассчитанное с использованием интеграла Рэлея (а). Распределение скорости поверхности, предполагавшееся при моделировании (V – амплитуда нормальной компоненты скорости, V_0 – ее характерное значение) (б). Показание лазерного вибromетра для амплитуды скорости \tilde{V} , предсказываемое выражением (3) (в).

теграла Рэлея. Акустический пучок является сильно неоднородным, особенно вблизи излучателя, и по мере распространения испытывает дифракционное расхождение. По формуле (2) рассчитывался набег фазы световой волны с учетом акустооптического взаимодействия в воде, а затем по формуле (3) находилось кажущееся смещение поверхности в пренебрежении влияния среды на фазу световой волны ($n_0 = 1$, $\gamma = 0$). Получившееся распределение скорости, соответствующее показаниям лазерного вибromетра, приведено в нижней части рис. 4. Как видно, кажущееся распределение скорости существенно отличается

от истинного. В частности, в структуре скорости появились дополнительные осцилляции, пространственный период которых примерно равен длине ультразвуковой волны в воде (1.5 мм). Кроме того, видимый поперечный размер излучателя намного превосходит реальный размер: вибromетр предсказывает смещения там, где их на самом деле нет.

Имеется один важный частный случай, когда учет акустооптического взаимодействия является простым. Пусть исследуемая поверхность является бесконечной плоскостью и колеблется как целое, т.е. распределение смещений вдоль поверхности является однородным: $\xi = \xi(t)$. Излучаемая акустическая волна при этом является плоской, причем $p(\mathbf{r}, t) = \rho c \dot{\xi}(t - z/c)$, где ρ и c – плотность и скорость звука в среде, $\dot{\xi} = d\xi/dt$. Предположим, что акустическая волна в конце слоя среды ($z = L$) отсутствует из-за поглощения или в силу того, что в момент измерения она еще не достигла конца слоя. Тогда из соотношения (2) получим:

$$\Delta\varphi = -(4\pi n_*/\lambda)\xi$$
, где $n_* = n_0 - \gamma\rho c^2$ имеет смысл эффективного показателя преломления. В конденсированных средах он заметно отличается от n_0 . Например, в воде $n_0 = 1.33$, $n_* = 1.033$ [10, 11]. Приближение плоской волны используется, например, при абсолютной калибровке гидрофонов методом лазерной вибromетрии [10, 12]. В этом методе локальное акустическое давление p рассчитывается на основе измерения соответствующего смещения ξ тонкой светоотражающей мембраны. Мембрана помещается в дальней зоне ультразвукового источника, где волна с хорошим приближением может считаться плоской, т.е. можно принять $\Delta\varphi = -(4\pi n_*/\lambda)\xi$ и затем рассчиты-

вать давление по формуле $p = \rho c \dot{\xi}$. В ближней зоне такой подход в общем случае невозможен: из-за эффектов дифракции вблизи излучателя становятся ошибочными обе предыдущие формулы. Это обстоятельство уже обсуждалось выше (см. рис. 4). Однако при использовании пьезоэлектрических излучателей иногда можно применять приближение плоских волн и в ближней зоне, если проводить измерения в импульсном режиме и выбрать подходящее временное окно. Действительно, при колебании однородной пьезопластины излучаемый акустический сигнал может быть представлен в виде суперпозиции плоской “прямой” волны, “краевой” волны и излучаемой волнами Лэмба “боковой” волны. Если используется нестационарный режим, то в первые моменты времени после начала излучения имеется область пространства, где прямая волна отделена от краевой и боковой волн.

Соответствующая структура акустического поля показана слева на рис. 5. Как видно, при этом пробный лазерный луч, направленный в район центра пластины, пересекает лишь прямой сигнал, т.е. оптический набег фазы создается в чистом виде плоской волной. В соответствующем интервале времени соотношение $\Delta\varphi = -(4\pi n_*/\lambda)\xi$ и связь $p = \rho c \dot{\xi}$ выполняются точно, поэтому возможно проведение абсолютного измерения давления. Начиная с некоторого момента, на лазерный луч набегают боковая волна и, вслед за ней, краевая волна (см. рис. 5 справа). С этого момента режим плоской волны нарушается. Если расстояние от точки измерения до края излучателя равно x_* , а максимальная скорость упругих волн в материале пьезопластины равна c_* , то длительность режима плоской волны составит $t_* = x_*/c_*$. Конечно же, плоская волна будет излучаться лишь при однородных характеристиках пьезопластины. Это так в случае использования непористой пьезокерамики или пьезоэлектрических монокристаллов. В случае неоднородной структуры пьезоматериала (например, при использовании пьезокомпозиатов) режим плоской волны создать не удастся.

3.2. Пространственная фильтрация, обусловленная акустооптическим взаимодействием (прямая задача)

Согласно выражению (2), дополнительный набег фазы световой волны пропорционален интегралу $\int_0^L p(\mathbf{r}, t) dz$, т.е. требуется знать акустическое давление во всех точках лазерного луча. Будем предполагать, что жидкость является идеальной линейной средой, т.е. эффекты вязкости, теплопроводности и акустической нелинейности не проявляются. Тогда для нахождения акустического давления необходимо решить волновое уравнение $\Delta p - c^{-2} \partial^2 p / \partial t^2 = 0$ с граничным условием, соответствующим заданной зависимости $\xi(t)$. Удобно перейти от всех используемых функций времени $f(t)$ к их спектрам $F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{i\omega t} dt$. Спектры акустического давления $p(x, y, z, t)$, истинного смещения $\xi(x, y, t)$ и “кажущегося” смещения $\hat{\xi}(x, y, t) = n_0 \xi - \gamma \int_0^L p(\mathbf{r}, t) dz$ обозначим $P(x, y, z, \omega)$, $\Xi(x, y, \omega)$ и $\hat{\Xi}(x, y, \omega)$, соответственно. Спектр фазового сдвига пробного светового

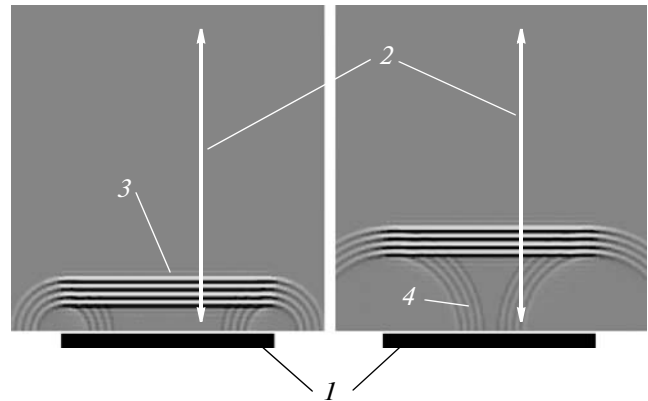


Рис. 5. Двумерное распределение акустического давления в два последовательных момента времени. Поршневой источник (1) излучает короткий импульс. До некоторого момента времени пробный лазерный луч (2) пересекает лишь прямую волну (3), т.е. смещение поверхности может быть измерено с использованием теории для плоской волны (а). С того момента, как краевая волна (4) достигнет лазерного луча, показания лазерного виброметра искажены акустооптическим взаимодействием (б).

луча $\varphi(x, y, t) - (4\pi/\lambda)n_0 L$ обозначим $\Phi(x, y, \omega)$. Переход к спектральным амплитудам соответствует непрерывному режиму работы излучателя. Согласно формуле (2), спектр кажущегося смещения (т.е. того, которое следует из показаний лазерного виброметра без учета влияния среды) выражается через спектры истинного смещения и акустического давления в следующем виде:

$$\hat{\Xi}(x, y, \omega) = n_0 \Xi(x, y, \omega) - \gamma \int_0^L P(x, y, z, \omega) dz. \quad (4)$$

Для спектральных амплитуд волновое уравнение переходит в уравнение Гельмгольца $\Delta P + (\omega^2/c^2)P = 0$. Его решение, как известно, можно выписать с помощью разложения в угловой спектр:

$$P(x, y, z, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x dk_y \times \times \Pi(k_x, k_y, \omega) e^{ik_x x + ik_y y + iz \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - k_x^2 - k_y^2}}. \quad (5)$$

В последнем выражении учтено условие излучения: рассматриваются лишь волны, распространяющиеся в направлении от излучающей поверхности. В реальности это условие начинает нарушаться после того, как акустические волны достигнут стенки кюветы $z = L$, через которую заводится пробный лазерный луч, и начнут отражаться от нее. Будем для простоты считать, что эта стенка

идеально поглощает акустические волны. В этом случае представление (5) оказывается справедливым. Для нахождения пространственной спектральной амплитуды давления $\Pi(k_x, k_y, \omega)$ (т.е. углового спектра) разложим в пространственный спектр и величину $\Xi(x, y, \omega)$:

$$\Xi(x, y, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x dk_y X(k_x, k_y, \omega) e^{ik_x x + ik_y y}. \quad (6)$$

Согласно уравнению движения, $\rho \partial^2 \xi / \partial t^2 = -\partial p / \partial z|_{z=0}$. Подставляя сюда полные пространственно-временные спектральные разложения, получим связь между спектром давления и спектром смещения: $\Pi(k_x, k_y, \omega) = -i\rho \omega^2 X(k_x, k_y, \omega) / \sqrt{\omega^2/c^2 - k_x^2 - k_y^2}$. Благодаря тому, что под интегралом (5) зависимость от координаты z имеет простой вид, интегрирование вдоль луча не представляет сложности. Формула (4) даст следующее выражение для пространственно-углового спектра кажущегося смещения:

$$\hat{X}(k_x, k_y, \omega) = X(k_x, k_y, \omega) \times \left[n_0 - \gamma \frac{\rho \omega^2 \left(1 - e^{iL\sqrt{\omega^2/c^2 - k_x^2 - k_y^2}} \right)}{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2} \right]. \quad (7)$$

Таким образом, удалось исключить акустическое давление и получить прямую связь между спектрами истинного и кажущегося смещений. Для нахождения связи между исходными функциями $\xi(x, y, t)$ и $\hat{\xi}(x, y, t)$ требуется выполнить обратное преобразование Фурье.

Если слой жидкости достаточно протяжен ($L \rightarrow \infty$), то экспонентой $\exp(iL\sqrt{\omega^2/c^2 - k_x^2 - k_y^2})$ можно пренебречь в силу того, что при наличии какой угодно малой вязкости эта экспонента станет затухающей (“принцип предельного поглощения”). На практике такое условие не выполняется, т.к. размеры кюветы с жидкостью всегда малы по сравнению с длиной затухания исследуемых ультразвуковых волн. Однако экспонентой можно пренебречь и в том случае, если в момент измерения акустическая волна еще не успела дойти до края жидкой среды. Последнее условие реализуется при работе в импульсном режиме в начальный интервал времени. Таким образом, в указанных двух случаях формула (7) перейдет в следующее выражение:

$$\hat{X}(k_x, k_y, \omega) = n_0 X(k_x, k_y, \omega) \frac{(\omega/c_*)^2 - k_x^2 - k_y^2}{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2}. \quad (8)$$

Здесь введено обозначение:

$$c_* = \frac{c}{\sqrt{1 - \gamma \rho c^2 / n_0}} = c \sqrt{n_0 / n_*}. \quad (9)$$

Согласно (8), влияние акустооптического эффекта сводится к пространственной фильтрации спектра смещения поверхности. Указанный результат был ранее получен в статье [13]. Фильтр таков, что спектральные компоненты, соответствующие условию $k_x^2 + k_y^2 = (\omega/c)^2$, неограниченно усиливаются. Выписанное условие есть не что иное, как закон дисперсии для волн смещения, распространяющихся вдоль поверхности излучателя со скоростью звука в иммерсионной среде (в жидкости). Именно поэтому при лазерной виброметрии в непрерывном режиме выявляется кажущаяся неоднородность, период которой совпадает с длиной волны ультразвука в жидкости (рис. 2), а в импульсном режиме на изображении появляются участки, движущиеся со скоростью звука в жидкости (рис. 3).

Отметим также, что неоднородности с законом дисперсии $k_x^2 + k_y^2 = \omega^2/c_*^2$, наоборот, полностью подавляются. Соответствующие возмущения имеют вид волн, распространяющихся со скоростью $c_* > c$. Это означает, что если по поверхности излучателя распространяются упругие волны, имеющие в точности скорость c_* , то их невозможно будет увидеть с помощью лазерного виброметра. Для воды указанная скорость равна $c_* \approx 1700$ м/с.

Пространственная фильтрация (8) эквивалентна следующей свертке:

$$\hat{\Xi}(x, y, \omega) = \iint dx' dy' \Xi(x', y', \omega) \times K_\omega(x - x', y - y'), \quad (10)$$

где ядро $K_\omega(x, y)$ является Фурье-образом функции пространственного фильтра. Как нетрудно видеть из (10), ядро $K_\omega(x, y)$ — это показания лазерного виброметра $\hat{\Xi}$, соответствующее истинному смещению со спектральной амплитудой $\Xi(x, y, \omega) = \delta(x)\delta(y)$, т.е. смещению, локализованному в начале координат. Явное выражение для $K_\omega(x, y)$ легче всего получить непосредственно из интеграла Рэлея, не обращаясь к угловому спектру. Интеграл Рэлея имеет вид

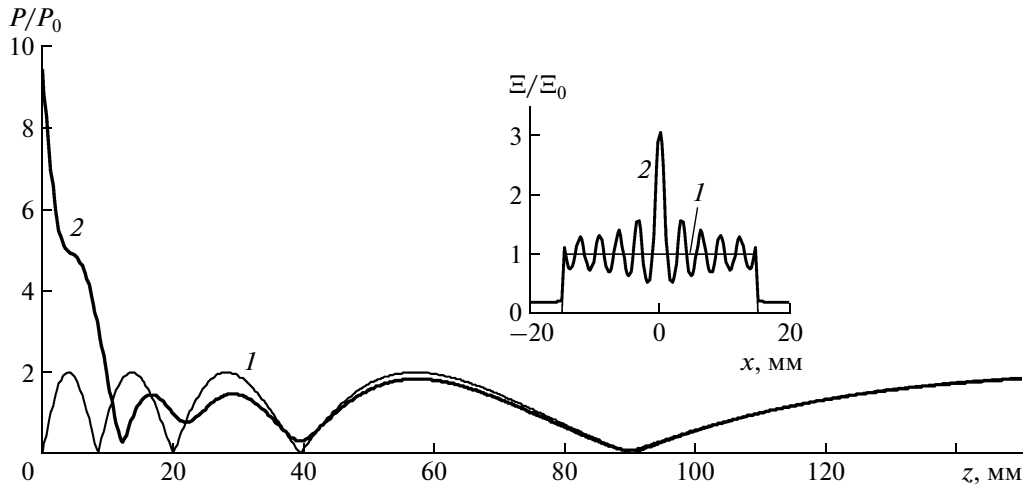


Рис. 6. На основном графике изображены зависимости нормированной амплитуды давления от расстояния вдоль оси круглого излучателя. Кривые 1 и 2 рассчитаны на основе интеграла Рэля с использованием показанных на вставке распределений смещения на источнике Ξ и $\hat{\Xi}$. Интегрирование проводилось только по поверхности излучателя. На вставке нормированному распределению истинной амплитуды смещения Ξ соответствует кривая 1, а показанию лазерного виброметра $\hat{\Xi}$, рассчитанному по формулам (10)–(11), – кривая 2.

$$P(x, y, z, \omega) = -\frac{\rho\omega^2}{2\pi} \iint dx' dy' \Xi(x', y', \omega) \frac{e^{i\omega R}}{R}, \text{ где}$$

$$R = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2}.$$

Подставляя это выражение для P в формулу (4) и устремляя $L \rightarrow \infty$, приходим к выражению (10), в котором

$$K_\omega(x, y) = n_0 \delta(x) \delta(y) + i \frac{\gamma \rho \omega^2}{4} H_0^{(1)} \left(\frac{\omega}{c} \sqrt{x^2 + y^2} \right). \quad (11)$$

Здесь функция Ханкеля $H_0^{(1)} = J_0 + iY_0$ соответствует расходящимся волнам.

Выражение (10) с ядром (11) позволяет рассчитать кажущееся смещение на основе истинного смещения поверхности преобразователя при его гармоническом возбуждении. Зная смещение, с использованием интеграла Рэля нетрудно вычислить и излучаемое акустическое поле. О том, что показания лазерного виброметра могут заметно отличаться от истинного распределения смещения на поверхности источника, отмечалось выше (см. рис. 4). Интересно проанализировать, как это скажется на структуре соответствующего акустического поля. Рис. 6 иллюстрирует характерные особенности на примере круглого плоского излучателя диаметром 30 мм, работающего на частоте 0.5 МГц и имеющего равномерное (поршневое) распределение смещения. Тонкая линия на вставке показывает указанное распределение Ξ . Там же толстой линией показано распределение видимого смещения $\hat{\Xi}$, искаженное из-за акустооптического эффекта. В пределах источника возникают осцилляции с периодом равным

длине волны в жидкости (3 мм). За пределами источника величина $\hat{\Xi}$ не осциллирует, но все же имеет заметный уровень, около 30% от уровня на излучателе, и очень медленно убывает при увеличении поперечной координаты. На основном графике показано распределение амплитуды акустического давления вдоль оси симметрии источника. Давление нормировано на величину $P_0 = \rho c V_0$, где V_0 – амплитуда скорости поршневого излучателя. Поведение давления для поршневого источника показано тонкой линией. Толстой линией изображено распределение, которое получается при расчете давления на основе интеграла Рэля, если принять показания лазерного виброметра за истинное смещение. Как видно, истинное распределение не совпадает с распределением, рассчитанным с использованием показаний виброметра. В дальнем поле кривые отличаются незначительно. Однако вблизи источника, на расстоянии порядка его диаметра, отличие очень существенно. Таким образом, показания виброметра нельзя использовать напрямую для характеристики излучателя.

Примечательно, что функция $K_\omega(x, y) - n_0 \delta(x) \delta(y)$ оказывается в точности совпадающей с функцией Грина для цилиндрических волн. Это не удивительно, поскольку поправка $\zeta(x, y, t) \equiv \hat{\xi} - n_0 \xi$ является решением неоднородного волнового уравнения $\Delta_\perp \zeta - c^{-2} \partial^2 \zeta / \partial t^2 = \gamma \rho \partial^2 (\xi - \xi_L) / \partial t^2$, где $\Delta_\perp = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$, а $\xi_L(x, y, t)$ – z-компонента смещения частиц жидкости на расстоянии L от

источника, т.е. в предположении, что стенка кюветы идеально поглощает падающую на него волну. Это уравнение вытекает непосредственно из выражения (7), если последнее домножить на $\omega^2/c^2 - k_x^2 - k_y^2$ и выполнить обратное преобразование Фурье по координатам и времени. Пока волна не достигнет стенки кюветы, $\xi_L = 0$, для возмущения ζ получаем уравнение

$$\Delta_{\perp} \zeta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = \gamma \rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}. \quad (12)$$

Рассмотрим несколько решений уравнения (12), иллюстрирующих характер влияния акустооптического взаимодействия на показания лазерного виброметра. Пусть, например, по исследуемой поверхности со скоростью V распространяется плоская упругая волна $\xi = \xi_0(x - Vt)$. Если рассматривать установившийся процесс, то решение уравнения (12) следует искать в виде $\zeta = \zeta_0(x - Vt)$. После подстановки и интегрирования получим: $\zeta_0(x) = \gamma \rho V^2 (1 - V^2/c^2)^{-1} \xi_0(x)$, т.е.

$\hat{\xi} = \left[n_0 + \gamma \rho V^2 (1 - V^2/c^2)^{-1} \right] \xi$. Как видно из этого выражения, сигнал лазерного виброметра правильно показывает профиль смещения поверхности. Однако величина видимого смещения $\hat{\xi}$ зависит от скорости поверхностной волны и может значительно отличаться от истинного смещения ξ .

В частности, при малых скоростях $\hat{\xi} \approx n_0 \xi$, при $V \rightarrow c$ сигнал неограниченно возрастает, а при $V \gg c$ сигнал оказывается таким же, как в поршневом источнике: $\hat{\xi} \rightarrow (n_0 - \gamma \rho c^2) \xi$.

Рассмотрим другой случай, имеющий отношение к показаниям лазерного виброметра вблизи края излучателя при его импульсном возбуждении. Пусть при $t = 0$ полуплоскость $x > 0$ скачком сдвигается на величину $\Delta \xi$, т.е. начальное условие имеет вид $\xi(x, y, t = 0) = \Delta \xi \Theta(x)$, где $\Theta(x)$ – функция Хевисайда. Величина ξ , являющаяся решением волнового уравнения $\Delta_{\perp} \xi - V^{-2} \partial^2 \xi / \partial t^2 = 0$, при $t > 0$ описывается следующим выражением: $\xi = (\Delta \xi / 2) [\Theta(x - Vt) + \Theta(x + Vt)]$. Подставляя это выражение в правую часть уравнения (12) и учитывая, что $\zeta(x, t = 0) = 0$, получим следующую формулу для величины видимого смещения:

$$\hat{\xi} = \frac{\Delta \xi}{2} \Theta(t) \left\{ \left[n_0 - \frac{\gamma \rho V^2}{(V/c)^2 - 1} \right] \times \right. \\ \left. \times [\Theta(x - Vt) + \Theta(x + Vt)] + \right. \\ \left. + \frac{\gamma \rho V^2}{(V/c)^2 - 1} [\Theta(x - ct) + \Theta(x + ct)] \right\}. \quad (13)$$

Отсюда видно, что показания лазерного виброметра содержат как истинную волну, так и волну-артефакт, обусловленную акустооптическим взаимодействием. Отношение амплитуд соответствующих сигналов, согласно (13), равно $(c^{-2} - c_*^{-2}) / (V^{-2} - c_*^{-2})$.

В частности, при $V \rightarrow c_*$ оно стремится к бесконечности, поскольку изображение соответствующей истинной волны пропадает. Заметим, что волны-артефакты, распространяющиеся со скоростью c , действительно наблюдаются в эксперименте: например, на рис. 3 отчетливо проявляются волны с линейным фронтом, расходящиеся от краев квадратного излучателя.

3.3. Искажение сигнала в нестационарном режиме

При анализе сигнала виброметра в нестационарном режиме полезно знать, что покажет виброметр при точечном импульсном характере смещения: $\xi = \delta(x) \delta(y) \delta(t)$. Соответствующий импульсный отклик $\hat{\xi} = H(x, y, t)$ может быть использован для расчета сигнала виброметра при произвольном распределении смещения на поверхности источника. В формуле (11) ядро является спектром импульсного отклика $H(x, y, t)$. Совершая обратное преобразование Фурье, получим:

$$H(x, y, t) = n_0 \delta(x) \delta(y) \delta(t) - \\ - \frac{\gamma \rho}{2\pi} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[\frac{\theta \left(t - \sqrt{x^2 + y^2}/c \right)}{\sqrt{t^2 - (x^2 + y^2)/c^2}} \right]. \quad (14)$$

Общая связь между истинным и кажущимся смещениями имеет вид трехмерной свертки:

$$\hat{\xi}(x, y, t) = n_0 \xi(x, y, t) - \\ - \frac{\gamma \rho}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx' dy' \int_{-\infty}^{t-t'} \frac{w(x', y', t') dt'}{\sqrt{(t-t')^2 - r^2/c^2}}. \quad (15)$$

Здесь $w(x, y, t) = \partial^2 \xi / \partial t^2$ – ускорение точек поверхности. Кроме того, для компактности записи введено обозначение $r = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}$. Пользуясь формулой (15), рассмотрим практически важный

случай поведения сигнала лазерного виброметра в режиме, когда первоначально отключенный излучатель в какой-то момент включается (пусть это $t = 0$) и начинает колебаться по синусоидальному закону. Как будет ясно из дальнейшего, выход соответствующего сигнала виброметра на стационарный режим занимает определенное время и не всегда успевает произойти до того, как акустическая волна достигает той стенки кюветы, через которую заводится пробный лазерный луч ($z = L$). Поскольку после отражения акустической волны от стенки процесс акустооптического взаимодействия становится сильно запутанным, возникает подозрение, что экспериментальная реализация непрерывного режима в кюветах небольших размеров является невозможной. Покажем, что это не так.

При включении синусоидального сигнала $\xi(x, y, t) = A(x, y)e^{-i\omega t}\Theta(t)$ ускорение поверхности при $t > 0$ имеет вид: $w(x, y, t) = -\omega^2 A(x, y)e^{-i\omega t}$. Из (15), после несложных преобразований, получим:

$$\begin{aligned} \hat{\xi}(x, y, t) = & n_0 \xi(x, y, t) + \\ & + \frac{\gamma \rho \omega^2}{2\pi} e^{-i\omega t} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dx' dy' A(x', y') \Theta\left(t - \frac{r}{c}\right) \times \\ & \times \left\{ \int_{r/c}^{\infty} d\tau \frac{e^{i\omega\tau}}{\sqrt{\tau^2 - r^2/c^2}} - \int_t^{\infty} d\tau \frac{e^{i\omega\tau}}{\sqrt{\tau^2 - r^2/c^2}} \right\}. \end{aligned}$$

Первый внутренний интеграл является табличным: $\int_{r/c}^{\infty} d\tau \frac{e^{i\omega\tau}}{\sqrt{\tau^2 - r^2/c^2}} = i \frac{\pi}{2} H_0^{(1)}\left(\frac{\omega}{c} r\right)$. Мы интересуемся квазистационарной огибающей. Выход на этот режим происходит тогда, когда $t \gg r_{\max}/c$, где r_{\max} – расстояние от точки наблюдения до наиболее удаленной точки поверхности излучателя. При этом условии

$$\begin{aligned} \int_t^{\infty} d\tau \frac{e^{i\omega\tau}}{\sqrt{\tau^2 - r^2/c^2}} & \approx \int_t^{\infty} d\tau \frac{e^{i\omega\tau}}{\tau} = \\ & = -[ci(\omega\tau) + isi(\omega\tau)] \approx i \frac{e^{i\omega t}}{\omega t}. \end{aligned}$$

В результате получим:

$$\begin{aligned} \hat{\xi}(x, y, t) = & n_0 \xi(x, y, t) + \\ & + i \frac{\gamma \rho \omega^2}{4} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dx' dy' A(x', y') e^{-i\omega t} H_0^{(1)}\left(\frac{\omega}{c} r\right) - \\ & - i \frac{\gamma \rho \omega}{2\pi t} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dx' dy' A(x', y'). \end{aligned}$$

Вспоминая, что на рассматриваемом интервале времени $A(x, y)e^{-i\omega t} = \xi(x, y, t)$, и учитывая формулу (11), приходим к заключению, что первые два слагаемых в точности дают результат, полученный ранее для установившегося режима. Последнее слагаемое, следовательно, характеризует процесс установления. Что очень важно, это слагаемое медленно меняется на масштабе порядка периода волны ($\sim t^{-1}$) и не зависит от координат точки наблюдения (x, y) . Поэтому оно слабо влияет и на фазу, и на амплитуду волны, если последнюю измерять как половину размаха сигнала, или предварительно пропускать сигнал через фильтр высоких частот. Следовательно, при конечных временах, удовлетворяющих условию $r_{\max}/c \ll t < L/c$, характеристики стационарного сигнала можно измерить и при использовании кювет небольших размеров L .

3.4. Компенсация искажений, вызванных акустооптическим взаимодействием (обратная задача)

Обратим связь (8) между спектрами истинного и кажущегося смещений:

$$X(k_x, k_y, \omega) = \frac{\hat{X}(k_x, k_y, \omega) (\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2}{n_0 (\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2}. \quad (16)$$

Таким образом, если выполнить указанную коррекцию углового спектра, то можно, при отсутствии шумов, скомпенсировать влияние акустооптического взаимодействия. Сложностью здесь является наличие в функции этого фильтра сингулярности при $k_x^2 + k_y^2 = \omega^2/c_*^2$. Это приведет к неограниченному усилению соответствующих шумов, т.е. сделает невозможным сам процесс коррекции. Для того чтобы избежать нежелательного усиления шумов, можно искусственно устранить сингулярность в (16). Однако здесь такого рода регуляризацию мы обсуждать не будем.

Имеется еще одна принципиальная трудность в реализации описанного выше алгоритма компенсации акустооптического эффекта. Дело в том, что для расчета пространственного спектра $\hat{X}(k_x, k_y, \omega)$ требуется знать соответствующее ему кажущееся смещение $\hat{\Xi}(x, y, \omega)$ на всей плоскости (x, y) , а не только в пределах источника. Как видно из примера, приведенного на графике-вставке рис. 6, величина $\hat{\Xi}$ является довольно заметной и далеко за пределами источника. Иначе говоря, необходимо сканировать пробным лучом виброметра не только поверхность самого источ-

ника, но и большую область вокруг него. Однако такое измерение может быть практически невозможным, поскольку реальный излучатель всегда имеет ограниченный размер, а за его пределами пробному лучу не от чего отражаться. Таким образом, для обеспечения принципиальной возможности решения обратной задачи требуется использовать кюветы с размером намного превышающим диаметр источника, а за пределами источника помещать широкоапертурный отражающий экран.

Решение обратной задачи можно свести к решению вспомогательной прямой задачи, если рассмотреть вытекающее из (16) неоднородное волновое уравнение:

$$\Delta_{\perp}\xi - \frac{1}{c_*^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{1}{n_0} \left(\Delta_{\perp} \hat{\xi} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \hat{\xi}}{\partial t^2} \right). \quad (17)$$

В импульсном режиме, в пределах некоторого начального временного интервала, с помощью (17) можно обойти трудности компенсации акустооптического эффекта, обсуждавшиеся выше применительно к режиму непрерывного возбуждения. Правая часть (17) известна, если проведено измерение видимого смещения $\hat{\xi}(x, y, t)$. Заметим, что

если в $\hat{\xi}$ будут содержаться сигналы, имеющие вид волн, распространяющихся со скоростью c , то они не дадут вклада в правую часть, т.е. никак не проявят себя. Напротив, если в $\hat{\xi}$ будут присутствовать возмущения, распространяющиеся со скоростью c_* , то такие сигналы будут резонансными и соответствующая составляющая восстановленного смещения ξ окажется существенной. Как было отмечено, особенность акустооптического взаимодействия такова, что таких сигналов в распределении $\hat{\xi}$ быть не должно. Однако в реальном эксперименте они неизбежно возникнут из-за наличия шумов, о чем уже говорилось выше.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Лазерная виброметрия уже давно используется в различных областях науки и техники и считается точным методом измерения абсолютного смещения поверхности [2, 10, 14]. Это действительно так, если исследуемая вибрирующая поверхность находится в воздухе (или ином газе). В настоящей работе показано, что при измерениях в жидкостях показание лазерного виброметра в точке падения пробного лазерного луча оказывается неправильным, причем отличие видимого смещения от истинного может превышать само истинное смещение. Более того, не только абсолютное значение смещения в каждой точке, но и его двумерное

распределение вдоль исследуемой поверхности имеет вид, отличающейся от настоящего. В частности, на видимой картине вибраций появляется ложная структура с пространственным масштабом, равным длине акустической волны в жидкости. Кроме того, лазерный виброметр показывает наличие смещения в областях, где оно на самом деле отсутствует; в нестационарном режиме на изображениях возникают несуществующие поверхностные волны, распространяющиеся со скоростью звука в жидкости. Причина указанных искажений – акустооптическое взаимодействие в конденсированной среде на пути пробного лазерного луча.

Обнаруженные в наших экспериментах указанные особенности проанализированы теоретически. Наряду с известным из литературы анализом акустооптического взаимодействия с помощью введения эквивалентного пространственного фильтра, получено аналитическое выражение для функции акустооптического отклика на локальное смещение поверхности $\xi \sim \delta(x)\delta(y)$ при гармоническом возбуждении, а также соответствующая функция импульсного отклика, т.е. акустооптическая добавка при смещении вида $\xi = \delta(x)\delta(y)\delta(t)$. Проанализированы различные варианты найденного решения и показано, что оно объясняет все обнаруженные в наших экспериментах артефакты лазерной виброметрии в жидкости.

Теоретически исследован процесс установления сигнала виброметра после подачи на первоначально невозбужденный преобразователь гармонического сигнала. Показано, что стационарные значения амплитуды и фазы сигнала могут быть корректно измерены на временах порядка нескольких времен пробега звука по размеру источника, задолго до того, как сигнал достигнет стационарного уровня. В лабораторном эксперименте это позволяет избежать помех, вызванных переотражением акустических волн внутри измерительной кюветы с жидкостью. Измерение двумерных распределений стационарных значений амплитуды и фазы вдоль поверхности источника позволяет применить алгоритм обратной фильтрации и в некотором приближении восстановить истинное смещение поверхности. Такое восстановление невозможно для возмущений поверхности, имеющих вид поверхностных волн, распространяющихся со скоростью звука в жидкости.

Работа поддержана грантами РФФИ 08-02-00368, ИНТАС 05-1000008-7841 и МНТЦ 3691.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Halliwell N.A.* Laser vibrometry optical methods in engineering metrology. London: Chapman and Hall, edited by Williams D.C. 1993. Chapter 6. P. 179–211.

2. *Gendreu P., Fink M., Royer D.* Optical imaging of transient acoustic fields generated by piezocomposite transducers // IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect. and Freq. Control. 1995. V. 42. № 1. P. 135–143.
3. *Cathignol D., Sapozhnikov O.A., Zhang J.* Lamb waves in piezoelectric focused radiator as a reason for discrepancy between O'Neil's formula and experiment // J. Acoust. Soc. Amer. 1997. V. 101. № 3. P. 1286–1297.
4. *Smith W.A., Auld B.A.* Modeling 1-3 composite piezoelectrics: thickness mode oscillations // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. and Freq. Contr. 1991. V. 38. № 1. P. 40–47.
5. *Cathignol D., Sapozhnikov O.A., Theillere Y.* Comparison of acoustic fields radiated from piezoceramic and piezocomposite focused radiators // J. Acoust. Soc. Amer. 1999. V. 105. № 5. P. 2612–2617.
6. *Chapelon J.-Y., Cathignol D., Cain C., Ebbini E., Kluiwstra J.-U., Sapozhnikov O.A., Fleury G., Berriet R., Chupin L., Guey J.-L.* New piezoelectric transducers for therapeutic ultrasound // Ultrasound in Medicine and Biology. 2000. V. 26. № 1. P. 153–159.
7. *Raman C.V., Venkataraman K.S.* Determination of the adiabatic piezo-optic coefficient of liquids // Proc. R. Soc. London. Ser. A. 1939. V. 171. P. 137–147.
8. *Bacon D.R., Chivers R.C., Som J.N.* The acousto-optic interaction in the interferometric measurement of ultrasonic transducer wave motion // Ultrasonics. 1993. V. 31. № 5. P. 321–325.
9. *Sapozhnikov O.A., Morozov A.V., Cathignol D.* Piezoelectric transducer surface vibration characterization using acoustic holography and laser vibrometry // IEEE UFFC 50th Anniversary Joint Conference (Montreal, Canada, August 23–27, 2004). Proc. of 2004. P. 161–164.
10. *Bacon D.R.* Primary calibration of ultrasonic hydrophones using optical interferometry // IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect. and Freq. Control. 1988. V. 35. P. 152–161.
11. *Royer D., Dubois N., Benoist P.* Optical probing of acoustic fields – Application to the ultrasonic testing of steam generator tubes // IEEE Ultrason. Symp. Proc. 1992. P. 805.
12. *Koch C., Molkenstruck W.* Primary calibration of hydrophones with extended frequency range 1 to 70 MHz using optical interferometry // IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect. and Freq. Control. 1999. V. 46. № 5. P. 1303–1314.
13. *Certon D., Bou Matar O., Guyonvarch J., Felix F., Patat F.* Characterization of transducer arrays by laser interferometry : influence of acousto-optic interactions on displacement measurements in water // IEEE Ultrason. Symp. Proc. 2001. P. 1065–1068.
14. *Житлухина Ю.В., Перов Д.В., Ринкевич А.Б.* Анализ пространственно-временной динамики акустических полей на поверхности твердого тела // Акуст. журн. 2008. Т. 54. № 1. С. 110—117.