

УДК 534.2

ФОКУСИРОВКА МОЩНЫХ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ПУЧКОВ И ПРЕДЕЛЬНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ РАЗРЫВНЫХ ВОЛН

© 2009 г. О. В. Бессонова¹, В. А. Хохлова^{1,2}, М. Р. Бэйли², М. С. Кэнни², Л. А. Крам²

¹ Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
119991 Москва, Ленинские горы;
E-mail: {olga, vera}@acs366.phys.msu.ru

² Центр промышленного и медицинского ультразвука, Лаборатория прикладной физики,
Университет шт. Вашингтон, Сиэтл, шт. Вашингтон, 98105–6698, США;
E-mail: bailey@apl.washington.edu

Поступила в редакцию 14.05.08 г.

В работе исследовано влияние нелинейно-дифракционных эффектов на величину коэффициентов концентрации фокусирующих систем, а также на величину предельно достижимых параметров полей, создаваемых при фокусировке мощного ультразвука. Для численного моделирования использовалось уравнение Хохлова-Заболотской-Кузнецова. Получены решения для нелинейного акустического поля в слабо поглощающей среде в режиме формирования разрывов и в режиме развитых разрывов в фокальной области пучка. Проведено сравнение полученных решений с экспериментальными данными и известными аналитическими оценками.

PACS: 43.25.Vt, 43.30.Zk

ВВЕДЕНИЕ

Изучение проблем, связанных с фокусировкой интенсивных ультразвуковых пучков, является важным направлением нелинейной акустики [1]. Возросший в последнее время интерес к этим задачам во многом обусловлен созданием новых медицинских приборов нелинейной ультразвуковой диагностики, а также терапевтических систем для неинвазивного разрушения опухолей (высокотемпературная гипертермия или акустическая хирургия), остановки внутренних кровотечений (ультразвуковой гемостаз), разрушения почечных камней [2, 3]. Основой каждого из указанных приложений является фокусировка акустических волн в нелинейной среде. В уже использующихся в клинической практике системах ультразвуковой хирургии уровни интенсивности в области фокуса достигают 10000–30000 Вт/см² [4]. При таких интенсивностях расстояние, на котором образуется разрыв в плоской гармонической волне с характерной для медицинских приложений частотой 1.5 МГц, составляет всего 3–5 мм. Для большинства систем ультразвуковой хирургии это расстояние меньше размера фокальной области пучка, поэтому при описании акустических полей таких систем, безусловно, необходимо учитывать нелинейные эффекты [3].

По мере увеличения амплитуды давления на излучателе совместное действие нелинейных и дифракционных эффектов приводит к изменению коэффициентов концентрации фокусирующей системы, причем различным образом для

различных акустических параметров пучка [5]. При дальнейшем повышении амплитуды происходит насыщение: параметры поля в фокусе перестают зависеть от начального значения амплитуды давления на источнике. Получение предельных значений акустических параметров в полях фокусирующих систем – также интересная задача, как с общефизической точки зрения, так и для практических приложений.

Приближенные аналитические модели расчета давления в фокусе и уровней его насыщения в нелинейных пучках были предложены уже около 50 лет назад [6, 7]. Полученные результаты по-прежнему используются для оценок предельных давлений, получаемых при фокусировке. Было показано, что аналитические выражения в целом согласуются с данными экспериментов, однако не позволяют получить количественно правильных оценок для различных параметров акустического поля [8]. Использование параксиального подхода позволило в аналитическом виде описать изменение коэффициентов концентрации поля в фокусе в режиме до образования разрывов [9]. Более точное и детальное изучение нелинейных фокусированных полей стало возможным при использовании методов численного моделирования [5, 10–12]. Численно были исследованы эффекты изменения коэффициента концентрации и насыщения параметров поля в фокусе для исходно гауссовских пучков [5]. Однако гауссовская модель излучателя является идеализацией; реальные источники ультразвука всегда имеют ограничен-

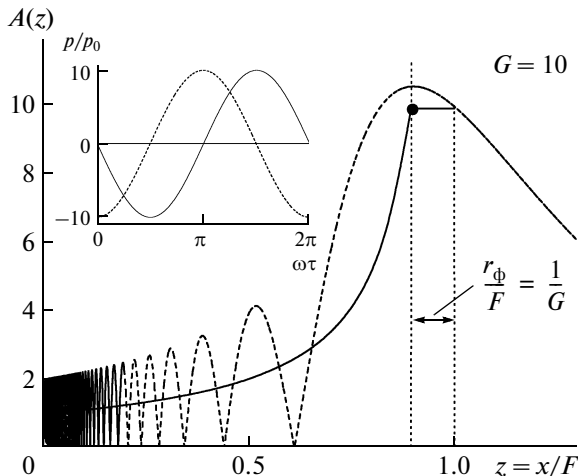


Рис. 1. Зависимости безразмерной амплитуды гармонической волны от расстояния $z = x/F$ вдоль оси поршневого излучателя для одномерной сферически сходящейся волны (сплошная кривая) и линейного фокусированного пучка (пунктирная кривая) с коэффициентом концентрации $G = 10$. На малом графике показаны профили волн с одинаковой амплитудой (для линейного фокусированного пучка – в точке геометрического фокуса, для одномерной сферически сходящейся волны – на расстоянии $z = 1/G$ до фокуса).

ный размер и более сложную пространственную структуру поля. В работе [11] детально исследованы нелинейные эффекты в поле слабо сфокусированного поршневого излучателя с параметрами, характерными для медицинских диагностических датчиков. Задача о нелинейно-дифракционном изменении коэффициентов концентрации сильно фокусирующих источников, использующихся в ультразвуковой хирургии, до настоящего времени еще практически не исследована.

В данной работе эта задача решается численно на основе уравнения Хохлова-Заболотской-Кузнецова в широком диапазоне параметров, характерных для медицинских ультразвуковых преобразователей. Моделирование проводится в слабопоглощающей жидкости для пучков исходно гармонических волн с равномерным распределением амплитуды давления на источнике. Рассчитываются временные профили волны, пространственные распределения пиковых давлений, интенсивности, а также мощность тепловыделения, происходящего в рассматриваемом случае в основном за счет поглощения энергии волны на образующихся разрывах. Получены максимальные коэффициенты концентрации фокусирующих систем, работающих в нелинейных режимах, а также предельные значения различных акустических параметров в фокальной области пучка. Проводится сравнение полученных решений с данными экспериментов и аналитическими оценками. Полученные результаты могут быть ис-

пользованы для калибровки полей источников мощного фокусированного ультразвука в воде и в слабопоглощающих гелевых фантомах биотканей, определения величин акустических параметров нелинейного поля в фокусе, выбора оптимальных режимов работы излучателей медицинского ультразвука.

АНАЛИТИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ

Приведем здесь краткий обзор наиболее известных аналитических подходов к расчету величины насыщения в фокусе сферического излучателя исходно гармонических волн с целью сравнения аналитических оценок с полученными в данной работе численными результатами. Самый первый подход был предложен в работе Наугольных и Романенко [6]. В этом подходе предполагается, что от поверхности сферического концентратора с фокусным расстоянием F до поверхности сферы радиуса r_ϕ распространяется сферически сходящаяся волна, описываемая одномерным обобщенным уравнением простых волн [13]:

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{p}{x} - \frac{\varepsilon}{\rho_0 c_0^3} p \frac{\partial p}{\partial \tau} = 0. \quad (1)$$

Здесь p – давление, x – координата вдоль распространения волны, $\tau = t - x/c_0$ – время в сопровождающей системе координат, ε – параметр нелинейности среды, ρ_0 – плотность среды, c_0 – скорость звука. Расстояние r_ϕ определяется по равенству амплитуды давления в одномерной линейной сферически сходящейся волне в точке r_ϕ и амплитуды давления A в геометрическом фокусе линейного фокусированного пучка, описываемого параболическим уравнением теории дифракции [1]:

$$2ik \frac{\partial A}{\partial x} + \Delta_\perp A = 0, \quad (2)$$

с граничным условием

$$A(x=0) = \begin{cases} A_0 e^{i(\omega_0 \tau + kr^2/2F)}, & r < a_0 \\ 0, & r > a_0. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь A_0 – амплитуда давления на излучателе, k – волновой вектор, $\omega_0 = 2\pi f_0$ – циклическая частота волны, r – координата поперек оси пучка, a_0 – радиус излучателя (рис. 1). Используя точное решение уравнения (2) на оси пучка для поршневого фокусированного излучателя (3):

$$A(x) = \frac{2A_0}{1-x/F} \sin\left(G \frac{1-x/F}{2x/F}\right), \quad (4)$$

получим, что амплитуда поля в геометрическом фокусе пучка $A(x=F)$ равна $A_0 G$, где $G = ka_0^2/2F$ – коэффициент концентрации поля в фокусе по

давлению. Подставляя значение $A(x = F)$ (4) в решение линейной задачи для сферически сходящейся волны, получим значение $r_\phi = F/G$. На этом расстоянии от фокуса рассчитываются давление и интенсивность насыщения для одномерной нелинейной задачи (1):

$$\begin{aligned}
 p_{\text{нас}}(r_\phi) &= \frac{\rho_0 c_0^3}{2\varepsilon f_0 r_\phi} \frac{1}{\ln(F/r_\phi)} = \\
 &= \frac{\rho_0 c_0^3}{2\varepsilon f_0 F \ln G} = \frac{\pi \rho_0 c_0^2 (a_0)^2}{2\varepsilon} \frac{1}{\ln G} \\
 I_{\text{нас}}(r_\phi) &= \frac{\rho_0 c_0^5 G^2}{12(\ln G)^2 f^2 F^2 \varepsilon^2} = \\
 &= \frac{\pi^2 \rho_0 c_0^3 (a_0)^4}{12\varepsilon} \frac{1}{(\ln G)^2}.
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

Из полученного решения (5) видно, что уровень насыщения давления $p_{\text{нас}}$ зависит от геометрии излучателя (угла схождения волны к фокусу $\sin \alpha = a_0/F$), характерного внутреннего давления среды $\rho_0 c_0^2$ и нелинейного параметра среды ε [6]. Предельное значение интенсивности $I_{\text{нас}}$ (5) в фокусе рассчитано в предположении пилообразной формы волны с давлением в максимуме $p_{\text{нас}}$.

Существуют и другие модели аналитического расчета максимально допустимых значений поля в фокусе. В работе Островского и Сутина [7] развит приближенный поэтапный подход, в котором сначала рассматривается нелинейная фокусировка пучка в пренебрежении дифракционными эффектами, затем на некотором расстоянии от фокуса считается, что возможно пренебречь нелинейностью, и решается линейная дифракционная задача. Далее в близкой окрестности фокуса нелинейные эффекты вновь преобладают над дифракционными, и волна превращается в последовательность импульсов с разрывным фронтом. Величина полученного давления насыщения совпадала по порядку величины со значениями, даваемыми формулой (5).

Рассматривалась также модель одномерного нелинейного распространения недифрагирующего пучка в сфокусированной трубке гауссовского сечения [14]. Получаемое давление насыщения для пилообразной волны в фокусе:

$$p_{\text{нас}} = \frac{\rho_0 c_0^3}{2\varepsilon f_0 F \ln(2G)}$$

мало отличается от решения (5) и практически совпадает с ним при больших значениях линейного коэффициента концентрации G .

Некоторые аналитические результаты были получены для расчета коэффициентов фокусировки в нелинейных пучках. В работе [7] было показано, что амплитуда давления в фокусе нели-

нейного пучка может возрасти в 4 раза, а интенсивность – в 2 раза по сравнению с линейным случаем. В работе [9] на основе параксиального приближения было рассчитано нелинейное увеличение коэффициента концентрации для пикового положительного давления в фокусе, но лишь на этапе квазилинейного распространения, вдали от разрывных решений.

В данной работе будет использован численный подход, результаты которого для предельных параметров ультразвуковых полей будут сравниваться с аналитической оценкой (5).

ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ

Распространение мощной сфокусированной акустической волны будем описывать уравнением ХЗК [1]:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\varepsilon p}{\rho_0 c_0^3} \frac{\partial p}{\partial \tau} - \frac{b}{2\rho_0 c_0^3} \frac{\partial^2 p}{\partial \tau^2} \right] = \frac{c_0}{2} \Delta_\perp p,
 \tag{6}$$

где Δ_\perp – лапласиан по поперечным координатам, $\Delta_\perp = 1/r \partial / \partial r (r \partial / \partial r)$ в случае осесимметричного пучка, $b = \xi + 4/3$. η – диссипативный коэффициент, который предполагается малым.

Граничное условие для круглого сфокусированного излучателя с равномерным распределением амплитуды в параболическом приближении записывается как:

$$p(x = 0, r, \tau) = \begin{cases} p_0 \sin[\omega_0(\tau + r^2/2c_0F)], & r \leq a_0 \\ 0, & r > a_0. \end{cases}
 \tag{7}$$

Перепишем уравнения (6) и (7) в безразмерных переменных:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{\partial P}{\partial z} - NP \frac{\partial P}{\partial \theta} - A \frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2} \right] = \frac{1}{4G} \Delta_\perp P,
 \tag{8}$$

$$P(z = 0, R, \theta) = \begin{cases} \sin(\theta + GR^2), & R \leq 1 \\ 0, & R > 1. \end{cases}
 \tag{9}$$

Здесь $P = p/p_0$ – акустическое давление, нормированное на исходную амплитуду p_0 на источнике; $\theta = \omega_0 \tau$ – безразмерное время; $z = x/F$ – безразмерная координата распространения, нормированная на фокальную длину, $R = r/a_0$ – безразмерная поперечная координата, нормированная на радиус излучателя.

Уравнение (8) содержит три безразмерных параметра: $N = F/x_p$ – параметр нелинейности, $G = x_d/F$ – параметр дифракции и $A = F/x_n$ – параметр поглощения, где $x_d = ka_0^2/2$ – характерный дифракционный масштаб задачи, $x_p = c_0^3 \rho_0 / \varepsilon p_0 \omega_0$ – характерный нелинейный масштаб, соответствующий длине образования разрыва в плоской вол-

не, $x_n = 2\rho_0 c_0^3 / b \omega_0^2$ — длина поглощения линейной волны. Если поглощение мало, $A \ll 1$, то величина A будет оказывать влияние лишь на тонкую структуру образующегося в профиле волны ударного фронта [1]. Таким образом, совокупность всех физических параметров, от которых зависит фокусировка волны в слабопоглощающей среде, сводится всего к двум безразмерным параметрам: нелинейности $N = 2\pi F f_0 \varepsilon \rho_0 / c_0^3 \rho_0$ и дифракции $G = \pi f_0 a_0^2 / c_0 F$.

Для численного моделирования уравнения (8) с граничным условием (9) на каждом шаге сетки по координате z используется метод расщепления по физическим факторам и смешанный частотно-временной подход для расчета эффектов дифракции, нелинейности и поглощения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial z} &= \frac{1}{4G} \Delta_{\perp} \int P d\theta' + NP \frac{\partial P}{\partial \theta} + A \frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2} = \\ &= L_{\text{дифр}} + L_{\text{нелин}} + L_{\text{погл}}. \end{aligned} \quad (10)$$

Для алгоритмов расчета различных операторов L в уравнении (10) необходимы как временная форма волны, так и ее спектральное представление, связанные между собой преобразованием Фурье:

$$P(z, \theta, R) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n(z, R) e^{-in\theta}, \quad (11)$$

где C_n — комплексная амплитуда n -й гармоники в спектре распространяющейся волны.

На каждом шаге интегрирования вдоль оси пучка от слоя z к слою $z + hz$ метод расщепления по физическим факторам реализуется в три этапа. На первом этапе рассчитываются дифракционные эффекты, описываемые системой независимых параболических уравнений для каждой из N_{max} гармоник волны: $\partial C_n / \partial z = (i/4nG) \Delta_{\perp} C_n$, где n — номер гармоники. В ближней зоне излучателя, где поле имеет сильно изрезанную структуру (на расстояниях $z < 0.1$), для решения каждого из уравнений системы используется наиболее устойчивая неявная схема с мелким шагом hz_{IB} [15]. Далее, при $z > 0.1$, используется схема Кранка-Николсона второго порядка точности с более крупным шагом hz_{CN} . Полученное на новом слое $z + hz$ решение дифракционной задачи берется в качестве начального условия (т.е. на слое z) для второго этапа — учета нелинейных эффектов. Для этого решается система независимых нелинейных уравнений $\partial P / \partial z = L_{\text{нелин}}$ для каждого из узлов сетки по координате R с использованием метода типа Годунова [16, 17]. Такая схема позволяет описывать распространение нелинейных волн с ударными фронтами всего при 4–5 узлах временной сетки на фронте. Особенностью схемы явля-

ется отсутствие осцилляций вблизи ударного фронта в численном решении и наличие своей собственной вязкости, которая не влияет на свойства решения, а определяет только ширину ударного фронта. Полученное на слое $z + hz$ решение нелинейной задачи используется как начальное для третьего этапа — расчета диссипативных эффектов: $\partial C_n / \partial z = L_{\text{погл}}$. Здесь удобнее использовать точное решение для амплитуд гармоник волны: $C_n(z + hz, R) = C_n(z, R) \exp(-hz \cdot An^2)$.

Используя развитый алгоритм, рассчитываются безразмерные профили волны $P(z, \theta, R)$, пиковое положительное P_+ и пиковое отрицательное P_- давления в профиле, а также интенсивность волны [18]:

$$\begin{aligned} \tilde{I}(z, R) &= \langle 2P^2(z, \theta, R) \rangle = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} P^2(z, \theta, R) d\theta = \\ &= 4 \sum_{n=1}^{N_{\text{max}}} |C_n(z, R)|^2 = \sum_{n=1}^{N_{\text{max}}} \tilde{I}_n(z, R), \end{aligned} \quad (12)$$

где $\tilde{I}_n(z, R)$ интенсивность n -й гармоники.

Мощность тепловых источников вычисляется на каждом шаге сетки по z как разность интенсивностей

$$H(z, R) = \frac{\tilde{I}(z + hz, R) - \tilde{I}(z, R)}{hz} \quad (13)$$

до и после расчета нелинейного и диссипативного операторов. Это позволяет учесть поглощение на ударном фронте, вносимое через собственную вязкость схемы Годунова.

Моделирование уравнения (8) проводилось в широком интервале значений параметров G и N . Коэффициент линейной фокусировки пучка G изменялся от 10, что соответствует слабо сфокусированным диагностическим датчикам, до больших значений, характерных для источников неинвазивной хирургии, $G = 40$ – 60 . Параметр нелинейности N , который определяется амплитудой поля на излучателе, изменялся в интервале $0 \leq N \leq 6$. При расчетах использовались следующие значения основных параметров численной схемы: количество рассчитываемых гармоник в спектре $N_{\text{max}} = 256$; количество узлов временной сетки на периоде волны — 512; область интегрирования вдоль оси пучка $0 \leq z \leq 1.5$; область интегрирования по поперечной координате $0 \leq R \leq 3$. Количество узлов сетки по R и шаги по продольной и поперечной координатам hz_{CN} и hr , связанные между собой как $hz_{CN} \sim (hr)^2$, изменялись в зависимости от величины линейного коэффициента фокусировки системы G . Количество узлов по R варьировалось в диапазоне от 1500 до 6000. Для малых значений коэффициента фокусировки $G = 10$ шаги выбирались равными $hz_{CN} = 4 \times 10^{-4}$, $hr = 2 \times 10^{-3}$. С ростом величины параметра G шаг сетки по R

уменьшался обратно пропорционально G , в соответствии с уменьшением размера фокальной перетяжки. Минимальный коэффициент поглощения A подбирался для каждого значения N таким образом, чтобы на ударном фронте волны было не менее 6 точек. С ростом параметра нелинейности N значение коэффициента поглощения A увеличивалось от $A = 0.01$ до $A = 0.2$.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Одной из наиболее важных характеристик фокусирующих систем является коэффициент фокусировки, или коэффициент концентрации, т.е. отношение величины какого-либо акустического параметра поля в фокусе $x = F$ к соответствующей величине на излучателе. В случае фокусировки линейной гармонической волны (4) коэффициент концентрации для амплитуды давления $G = A_F/A_0 = ka_0^2/2F$ однозначно определяет усиление всех акустических параметров поля в фокусе: пиковое положительное и отрицательное давления в профиле увеличиваются в G раз, средняя по периоду интенсивность волны и мощность тепловыделения – в G^2 раз.

Акустические параметры в нелинейном пучке связаны между собой гораздо более сложным образом. Профиль волны становится несимметричным за счет совместного действия нелинейных и дифракционных эффектов, пиковое положительное давление существенно превышает пиковое отрицательное, а для определения интенсивности волны и мощности тепловыделения уже недостаточно амплитудных значений давления – необходим расчет всего временного профиля либо полного спектра волны (12). По мере увеличения исходной амплитуды волны, т.е. увеличения параметра N в уравнении (8), коэффициенты концентрации будут изменяться, причем различным образом для различных акустических параметров и для различных значений линейного коэффициента фокусировки G .

На рис. 2 приведены зависимости поправочных индексов $K = G_{\text{нелин}}/G_{\text{лин}}$ для нелинейной корректировки коэффициентов концентрации поля в фокусе от величины параметра нелинейности N . Кривые рассчитаны для пиковых положительного (а) и отрицательного (б) давлений, а также интенсивности волны (в). Линейный случай фокусировки волны малой амплитуды соответствует значению $N = 0$, при этом поправочный индекс равен единице. Как видно из рисунка, с ростом исходной амплитуды на источнике, т.е. увеличением N , коэффициенты концентрации поля в фокусе заметно возрастают для пикового положительного давления (K_{p+}) и интенсивности (K_I). Эффект улучшения фокусировки в нели-

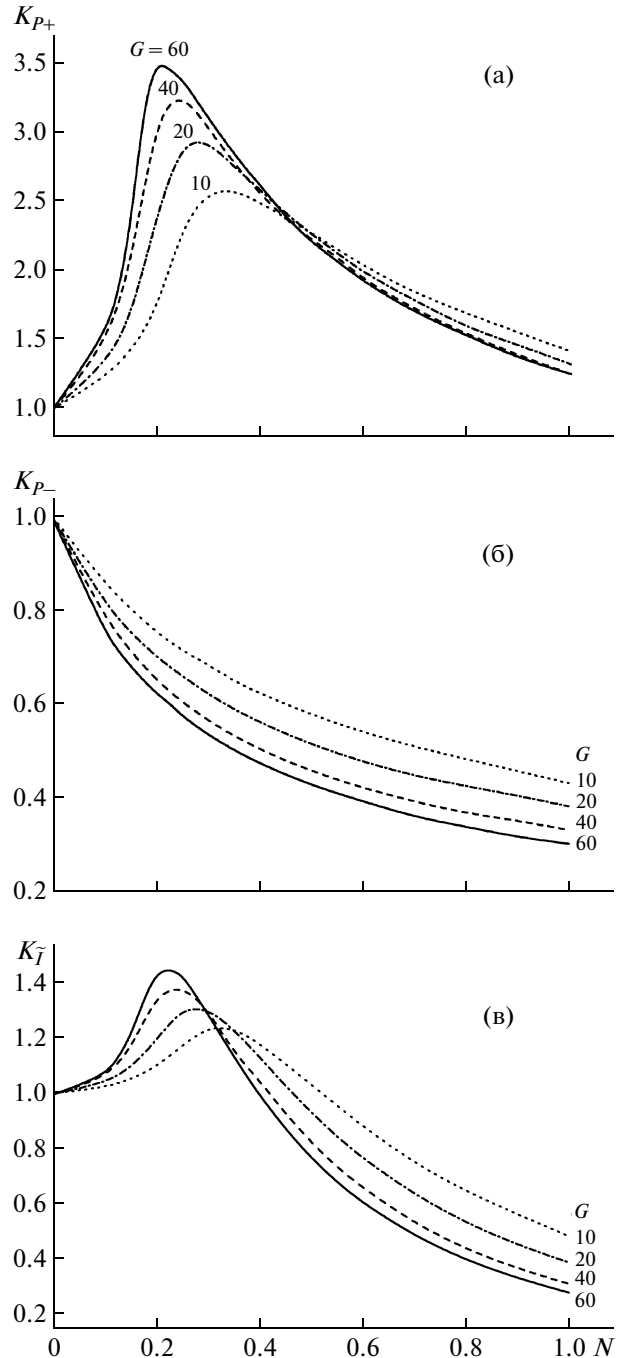


Рис. 2. Зависимости поправочных индексов для коррекции коэффициентов концентрации поля в фокусе нелинейного пучка для положительного пикового давления, p_+^F (а); отрицательного пикового давления, p_-^F (б); и интенсивности, I^F (в); от параметра нелинейности N . Поправочные индексы определены как $K_{p+} = p_+^F/p_0G$, $K_{p-} = p_-^F/p_0G$, $K_I = I^F/I_0G^2$, где G – линейный коэффициент концентрации излучателя ($G = 10, 20, 40, 60$).

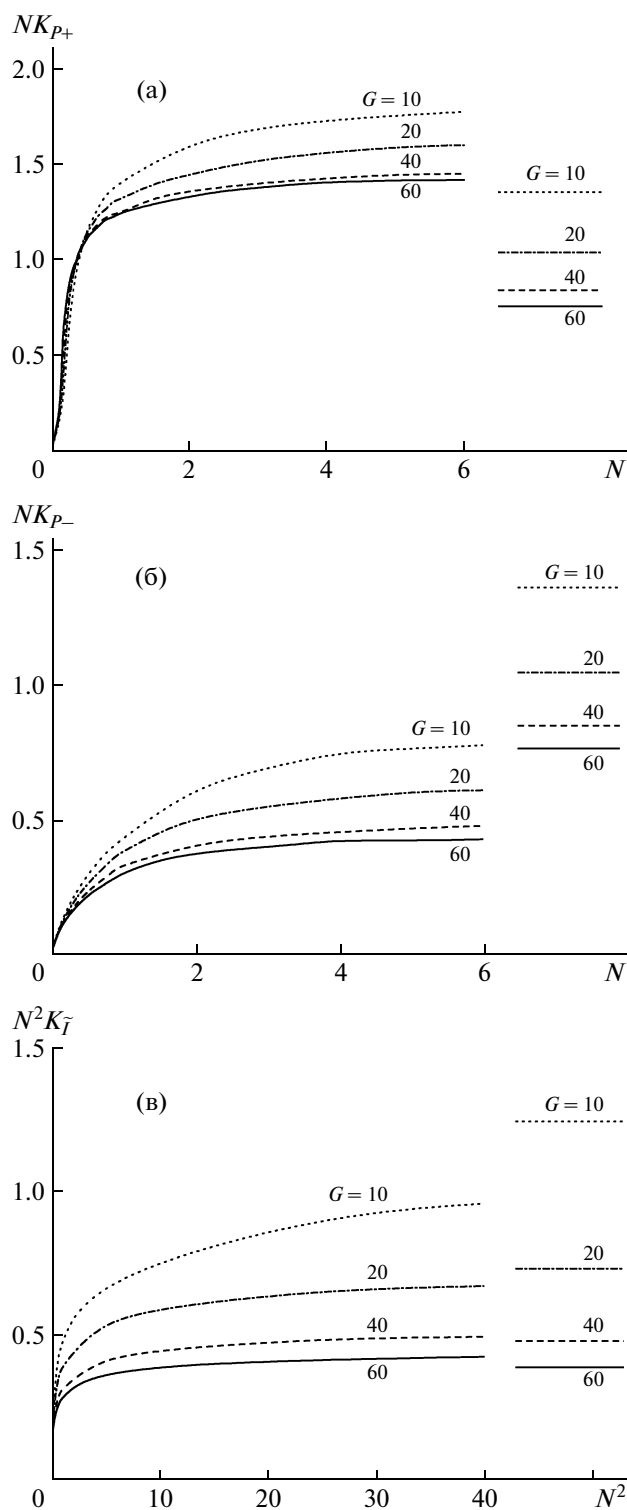


Рис. 3. Кривые насыщения поля в фокусе для безразмерных пиковых значений давления ($NK_{P_{\pm}} \sim p_{\pm}^F$, а, б) и интенсивности ($N^2 K_{\bar{I}} \sim I^F$, в) в фокусе от параметра нелинейности N для различных значений $G = 10, 20, 40, 60$. Справа на графиках показаны оценочные значения насыщения, рассчитанные по формуле (5).

нейном пучке выражен сильнее для больших значений линейного коэффициента концентрации $G = 40$ и 60 , т.е. для более фокусированных излучателей. Концентрация поля по интенсивности возрастает до полутора раз по сравнению с линейным случаем, что связано с лучшей фокусировкой высших гармоник. Для пикового положительного давления наблюдается самое сильное, до 3.5 раз, увеличение коэффициента концентрации, что объясняется в основном дифракционным сдвигом фаз между высшими гармониками, а также их лучшей фокусировкой.

Как показали расчеты, максимумы кривых усиления (рис. 2а, в) соответствуют таким значениям N (или амплитуде на источнике), когда ударный фронт в профиле волны формируется вблизи фокуса. При увеличении линейного коэффициента фокусировки G ударный фронт формируется при меньшей исходной амплитуде волны и, соответственно, максимум кривых усиления достигается при меньших значениях N . При дальнейшем повышении амплитуды на излучателе ударный фронт образуется в предфокальной области, что приводит к дополнительным потерям энергии волны на пути к фокусу, и уменьшению поправочных индексов и K_{P_+} и $K_{\bar{I}}$. Для пикового отрицательного давления (K_{P_-}) коэффициент концентрации монотонно убывает при увеличении N , т.е. значения P_- в фокусе нелинейного пучка всегда меньше, чем рассчитанные в линейном приближении (рис. 2б). В области максимумов кривых усиления, когда ударный фронт образуется вблизи фокуса, коэффициент концентрации для P_- составляет около 60% от его линейного значения.

Отметим, что представленные на рис. 2 кривые позволяют оценить величины пиковых давлений и интенсивности в фокусе произвольного поршневого ультразвукового преобразователя при любом уровне его возбуждения. Тем самым, они могут служить калибровочными кривыми для нелинейной корректировки акустических величин в фокусе ультразвуковых преобразователей, работающих при высоких уровнях интенсивностей. Данные результаты представляют несомненную практическую важность и могут использоваться для стандартизации полей источников мощного фокусированного ультразвука, определения величин акустических параметров нелинейного поля в фокусе, выбора оптимальных уровней для облучения.

При еще большем увеличении исходной амплитуды давления ударные фронты формируются ближе к излучателю, происходит эффективное поглощение энергии на разрывах, и постепенно наступает насыщение акустического поля в фокусе. На рис. 3 приведены рассчитанные кривые насыщения для пиковых значений давления (а, б) и

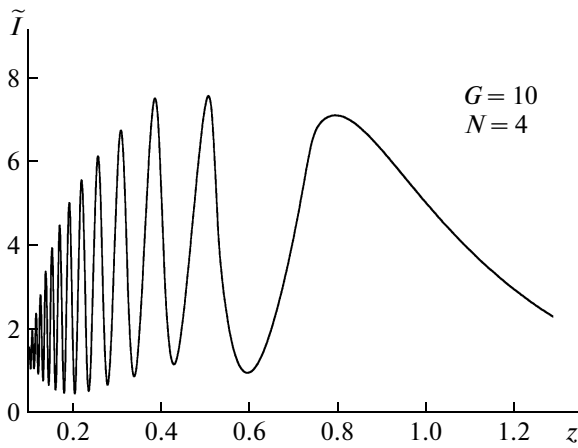


Рис. 4. Распределение безразмерной интенсивности \tilde{I} вдоль оси пучка в режиме развитых разрывов ($G = 10$, $N = 4$).

интенсивности (в). Справа на графиках горизонтальными отрезками отмечены уровни насыщения, соответствующие аналитическим выражениям (5). Для удобства графики здесь также представлены в безразмерных величинах. На верхних двух графиках оси ординат соответствуют значениям, пропорциональным значениям пиковых давлений в фокусе $NK_{p_+} = p_+(F)\varepsilon\omega_0 F/c_0^3 \rho_0 G$ и $NK_{p_-} = p_-(F)\varepsilon\omega_0 F/c_0^3 \rho_0 G$, на нижнем графике – интенсивности волны $N^2 K_I = I(F)_2(\varepsilon\omega_0 F)^2/c_0^5 \rho_0 G^2$. Как видно из рис. 3, уровень насыщения для отрицательного пикового давления приблизительно в два раза ниже, а для положительного пикового давления – в два раза выше аналитической оценки (5). В то же время для интенсивности и полусуммы давлений аналитические результаты, полученные для простой модели одномерной сферически сходящейся волны (5), и численные данные достаточно близки. Следует отметить, что чем больше линейный коэффициент концентрации излучателя G , тем при меньших значениях N достигается насыщение поля в фокусе.

Расчеты показали, что для слабо фокусированных излучателей, $G < 10$, максимум поля в области фокуса при достаточно больших значениях параметра N может оказаться меньше, чем в предфокальном максимуме, хотя насыщение в фокусе еще не наступило. Такая ситуация показана на рис. 4, где представлено распределение безразмерной интенсивности волны вдоль оси пучка при $G = 10$ и $N = 4$. Для сильно фокусированных преобразователей, $G = 20, 40, 60$, максимум поля достигается внутри фокального пространственного пика вплоть до достижения уровня насыщения.

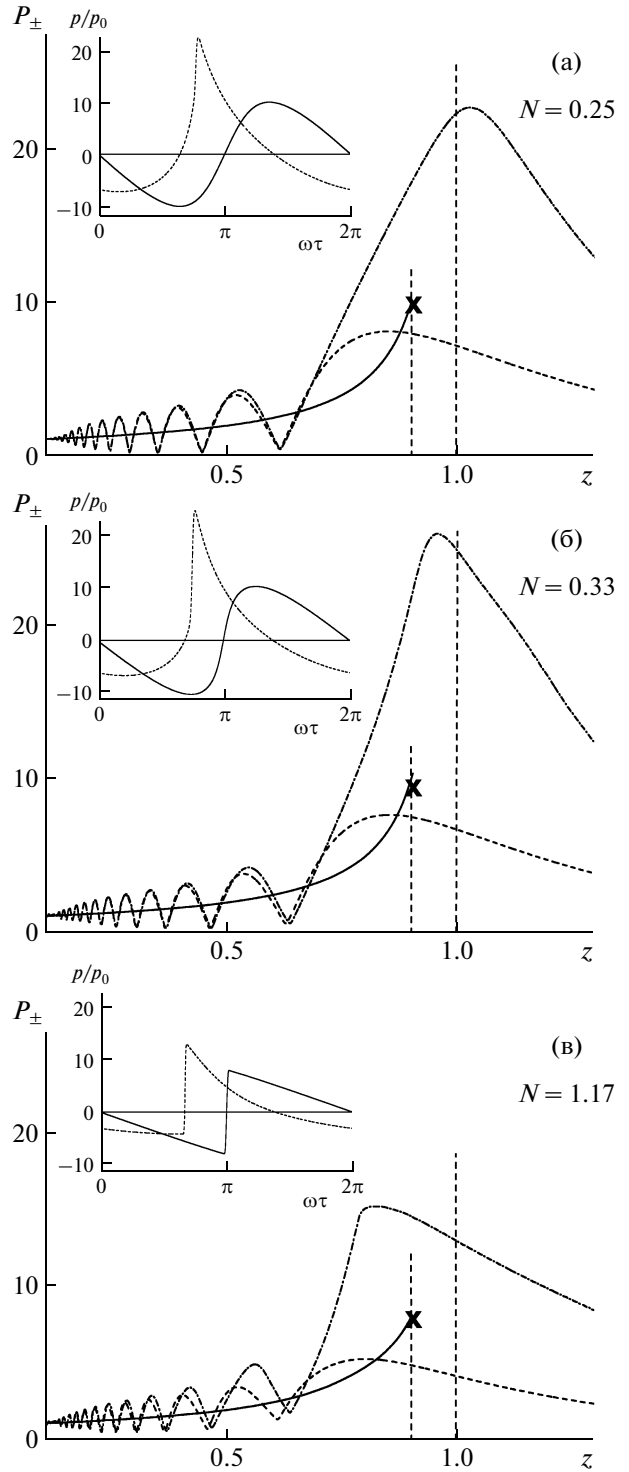


Рис. 5. Зависимости безразмерных пиковых значений давления P_+ и P_- вдоль оси излучателя ($G = 10$) для значений параметра нелинейности $N = 0.25$ (а), 0.33 (б) и 1.17 (в). Сплошные кривые соответствуют амплитуде давления в одномерной сферически сходящейся нелинейной волне ($P_+ = P_-$); пунктирные – отрицательному пиковому P_- и штрих-пунктирные – положительному P_+ давлению в пучке. На малых графиках показаны профили волны в точке геометрического фокуса для пучка и на расстоянии $1/G$ до фокуса для одномерной сферически сходящейся волны.

Рисунок 5 иллюстрирует, насколько акустическое поле нелинейной сферически сходящейся одномерной волны (1) отличается от поля реального излучателя, которое имеет сильно “изрезанное” ближнее поле. На рисунке показаны зависимости безразмерных пиковых давлений P_+ и P_- (штриховая и штрихпунктирная кривые, соответственно), полученные при численном решении уравнения ХЗК (8), и амплитуда давления (сплошная кривая) в одномерной нелинейной сферически сходящейся волне (1) от координаты z вдоль оси пучка. Графики представлены для коэффициента линейной фокусировки $G = 10$ и различных значений параметра N , при которых разрыв в профиле волны еще не формируется ($N = 0.25$, а), формируется вблизи фокуса ($N = 0.33$, б) и до фокуса ($N = 1.17$, в). Крестами на графиках отмечены амплитуды давления в одномерной волне на расстоянии $1/G = 0.1$ от излучателя, где аналитически рассчитываются уровни насыщения (5). В верхнем левом углу рисунков показаны соответствующие профили волны, полученные при решении уравнения ХЗК в точке геометрического фокуса, а для одномерной сферически сходящейся волны — на расстоянии $1/G$ до фокуса. Как видно из рисунков, амплитуда давления, рассчитанная в рамках одномерной нелинейной модели, сильно занижена для положительного пикового давления в фокусе и, наоборот, завышена для отрицательного пикового давления, что было также показано для давлений насыщения (рис. 3).

Из рис. 5 также видно, что положения пространственных максимумов для P_+ и P_- , совпадающие при $N = 0$, смещаются вдоль оси пучка с увеличением N различным образом, причем в некоторых случаях немонотонно. Так, максимум отрицательного пикового давления с ростом N смещается в сторону излучателя. Максимум положительного пикового давления вначале, наоборот, смещается в сторону геометрического фокуса, переходя даже в каком-то интервале значений N за фокус (рис. 5 а), а затем — обратно в сторону излучателя. Такое немонотонное смещение максимума P_+ можно объяснить влиянием эффекта самодефокусировки за счет несимметричного искажения профиля и увеличения скорости распространения участков фазы сжатия волны вблизи оси пучка. При слабом искажении профиля ($N = 0.25$) эффект самодефокусировки мал и приводит к смещению максимума P_+ от излучателя. В случае максимальной асимметрии ($N = 0.33$) эффект дефокусировки усиливается и максимум P_+ смещается в сторону излучателя. При дальнейшем увеличении N поглощение энергии волны на разрывах в предфокальной области приводит к дополнительному смещению максимума в сторону излучателя. Скорость распространения участков фазы разрежения волны вблизи оси пучка с ростом N , напротив, уменьшается, что приводит

к усилению самофокусировки и монотонному смещению максимума P_- к излучателю. Для сильно фокусированных излучателей эффекты смещения пространственных максимумов различных параметров поля внутри фокальной области выражены слабее, поскольку сама фокальная область имеет меньший размер.

В данной работе коэффициенты фокусировки рассчитываются в геометрическом фокусе нелинейного пучка. Однако, как видно из рис. 5, максимальные по пространству значения различных акустических параметров поля будут отличаться от соответствующих значений в геометрическом фокусе. Например, для значений параметра нелинейности N , при которых достигается максимум коэффициента концентрации положительного пикового давления (см. рис. 2), максимальное по пространству давление P_+ отличается от давления в геометрическом фокусе для $G = 10$ на 13.5%, для $G = 20$ на 3.4%, для $G = 40$ на 0.8%, а для $G = 60$ практически не отличается. Отличие уровней насыщения положительного пикового давления, рассчитанных в геометрическом фокусе (рис. 3) и в точке пространственного максимума поля, изменяется немонотонно и составляет 12% ($G = 10$), 0.3% ($G = 20$), 6% ($G = 40$) и 20% ($G = 60$). Указанные отличия, безусловно, необходимо принимать во внимание при оценке коэффициентов концентрации и предельно достижимых полей излучателей мощного ультразвука.

По мере усиления нелинейных эффектов происходит не только изменение коэффициентов концентрации и смещение пространственных максимумов для различных акустических параметров пучка, но меняется также их пространственная структура [19]. На рис. 6 показаны пространственные распределения положительного P_+ и отрицательного P_- пиковых значений давления, интенсивности \tilde{I} и мощности тепловыделения H в плоскости, проходящей через ось пучка, в случае линейной (а, б) и нелинейной (в—е) фокусировки ($G = 40$). Значение параметра нелинейности $N = 0.25$ соответствует случаю максимального усиления коэффициента концентрации для положительного пикового давления (рис. 2). Графики представлены в линейном масштабе с восемью равными уровнями, изменяющимися от нуля до максимума амплитуды соответствующей величины. Для линейного пучка (колонка слева) показаны только распределения для амплитуды давления P_{\pm} и интенсивности \tilde{I} , поскольку в этом случае распределения пикового положительного и отрицательного давлений совпадают, а распределения интенсивности волны и мощности тепловыделения пропорциональны друг другу, т.е. также имеют одинаковую пространственную структуру. Поскольку распространение акустической волны моделировалось в слабо поглощаю-

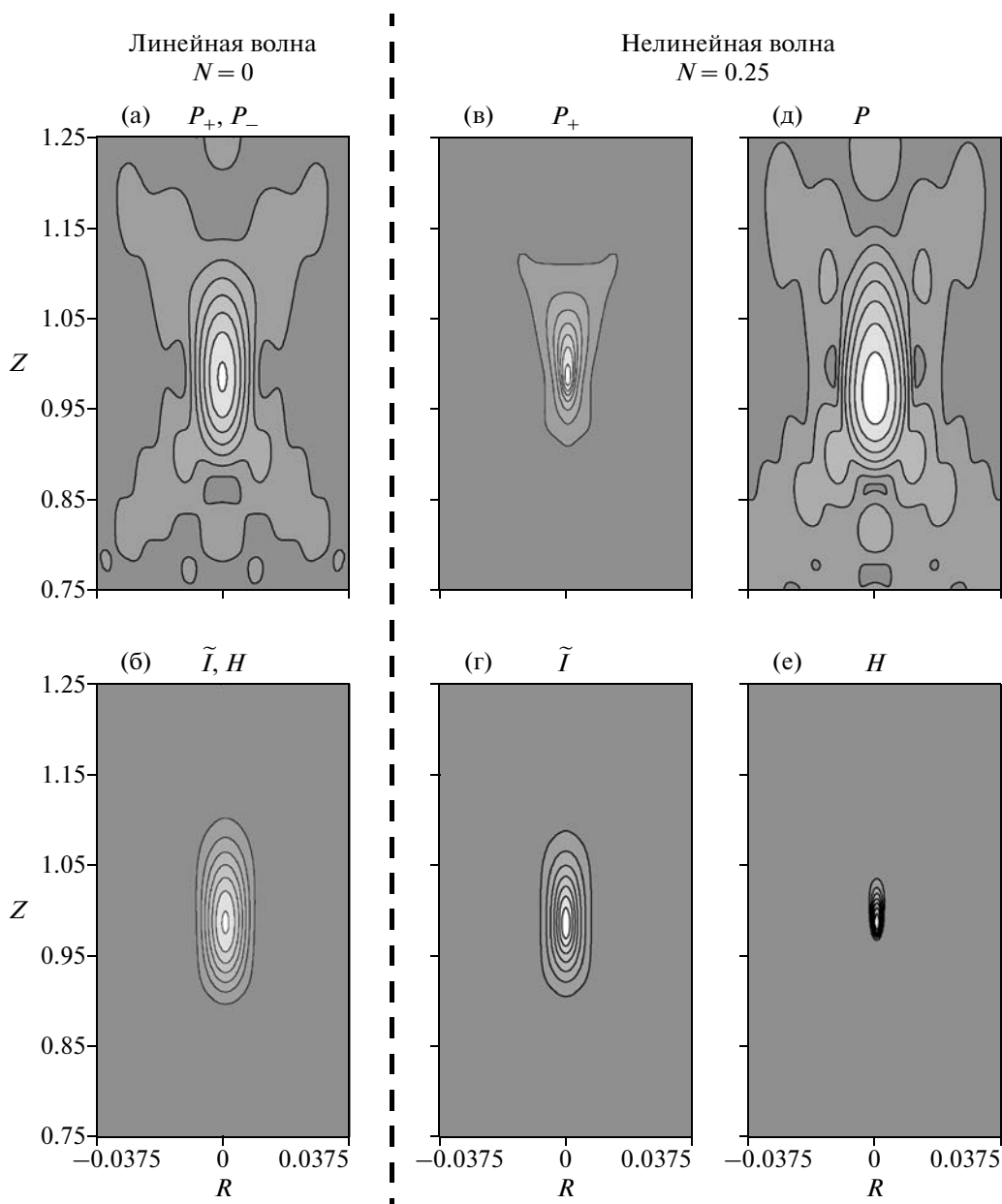


Рис. 6. Пространственные распределения в координатах (z, R) для пиковых значений давления P_+ и P_- , интенсивности \tilde{I} и тепловых источников H в линейном ($N = 0$, а–б) и нелинейном ($N = 0.25$, в–е) пучках ($G = 40$).

щей среде, при формировании ударных фронтов наблюдалось существенное увеличение эффективности поглощения энергии волны. Как видно из рисунков, в нелинейном поле фокальная область положительного пикового давления (в) и особенно тепловых источников (е) существенно более локализована в пространстве по сравнению с линейным полем. Напротив, фокальная область отрицательного пикового давления (д) заметно смещена в сторону излучателя и гораздо менее локализована в пространстве, особенно в поперечном направлении. Распределение интенсивности

в нелинейном пучке (г), на удивление, мало отличается от линейного случая, хотя в фокальном профиле волны уже образовался ударный фронт.

Поскольку различные параметры волны определяют различные механизмы воздействия ультразвука на ткань, указанные тенденции в изменении пространственной локализации акустических параметров нелинейных полей необходимо учитывать при планировании терапевтического воздействия мощного ультразвука на биологическую ткань. Отрицательная фаза профиля волны в основном определяет кавитационное воздей-

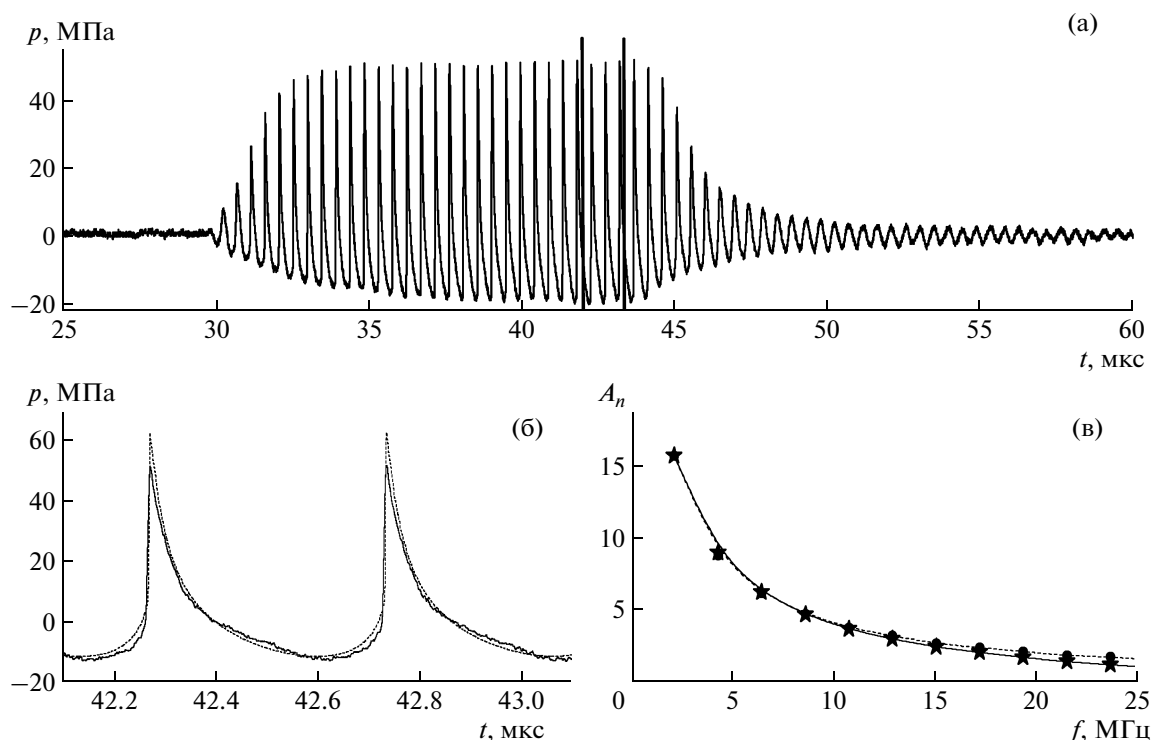


Рис. 7. Сравнение результатов измерений (сплошные кривые) и численного моделирования (пунктирные кривые) профиля давления в фокусе: (а) — измеренный сигнал; (б) — два периода в профиле волны между вертикальными линиями на графике измеренного сигнала и (в) — соответствующий им спектр. Здесь A_n — амплитуда n -й гармоники исходного сигнала, $A_1 = p_0$ при $z = 0$. Параметры излучателя: радиус 22.5 мм, фокусное расстояние 44.4 мм, частота 2 МГц, амплитуда давления 0.4 МПа, что соответствует значениям $G = 48$ и $N = 0.25$.

ствии, в то время как поглощение энергии волны на разрывах приводит к быстрому выделению тепла. Таким образом, можно ожидать, что в мощных фокусированных полях кавитационные явления будут проявляться в более широкой области и ближе к излучателю по сравнению с тепловыми, а в области фокуса возможен сверхбыстрый локальный перегрев ткани [12]. Ясно также, что в нелинейном режиме фокусировки интенсивность волны не может быть использована в качестве параметра, характеризующего эффективность теплового воздействия.

Для иллюстрации практического использования калибровочных кривых рис. 2 рассмотрим следующий пример. Пусть фокусированное поле в воде создается излучателем с частотой $f_0 = 2$ МГц, радиусом $a_0 = 22.5$ мм и фокусным расстоянием $F = 44.4$ мм, что соответствует $G = 48$. При акустической мощности 120 Вт амплитуда давления на излучателе составляет $p_0 = 0.4$ МПа, интенсивность $I_0 = 5$ Вт/см², что соответствует значению безразмерного параметра $N = 0.25$ [10]. На основе кривых нелинейной коррекции коэффициентов фокусировки (рис. 2) оценим величины акустических параметров пучка в фокусе для полученных значений $N = 0.25$ и $G = 48$. Как видно из рисунка, в данном режиме величины поправочных индек-

сов для коэффициентов фокусировки по положительному пиковому давлению и интенсивности близки к максимальным. Выберем величины поправочных индексов между кривыми для $G = 40$ и $G = 60$: $K_{p_+} = 3.27$, $K_{p_-} = 0.6$ и $K_I = 1.4$. Тогда в фокусе получим: $p_+(F) = p_0 G K_{p_+} = 61.4$ МПа, $p_-(F) = p_0 G K_{p_-} = 10.8$ МПа, $I(F) = I_0 G^2 K_I = 16.6$ кВт/см². При этом линейные оценки дают существенно отличающиеся значения 19 МПа для пиковых давлений и 11.5 кВт/см² для интенсивности волны в фокусе. Сравним полученные значения с результатами численного моделирования для данного излучателя и данного режима, а также с результатами измерений в воде. На рис. 7 показан профиль экспериментального импульса в фокусе (а), а также сравнение двух периодов измеренного и рассчитанного сигналов (б) и их спектров (в). Измерения профилей давления в фокусе проводились с помощью широкополосного оптоволоконного гидрофона диаметром 100 мкм в импульсно-периодическом режиме (30–40 периодов в импульсе), чтобы избежать развития кавитации [10]. Сплошная линия соответствует измеренным данным, пунктирная — результатам моделирования. Как видно из рисунка, результаты измерений хорошо согласуются с численным расчетом, а пиковые

параметры рассчитанного профиля ($p_+ = 63.5$ МПа и $p_- = 11.5$ МПа) практически совпадают с полученными оценками по кривым рис. 2. Некоторое отличие экспериментальных и численных данных для положительного пикового давления объясняется ограниченностью полосы пропускания гидрофона (100 МГц). Таким образом, развитый алгоритм позволяет с высокой точностью описывать поля фокусированных излучателей, работающих в режиме разрывных волн, а полученные в результате моделирования результаты могут быть использованы как альтернатива реальным измерениям.

Существующий предел прочности пьезокерамики и кавитационные процессы делают технически трудным достижение насыщения в эксперименте. Используя результаты рис. 3, можно рассчитать предельные значения параметров поля в фокусе рассмотренного выше излучателя: предельное положительное пиковое давление составляет 117 МПа, отрицательное 39 МПа, интенсивность 96 кВт/см². В эксперименте были измерены поля в фокусе вплоть до значений $p_+^F = 80$ МПа, $p_-^F = 15$ МПа, $I^F = 33$ кВт/см² [10]. Рассмотрим теперь характерные величины акустических полей для некоторых других преобразователей, применяющихся в экспериментальных исследованиях по ультразвуковой хирургии. Например, ультразвуковой излучатель, использующийся в группе проф. Г. тер Хаар (Марсден Госпиталь, Саттон, Великобритания), имеет частоту $f_0 = 1.7$ МГц, радиус $a_0 = 42$ мм и фокусное расстояние $F = 150$ мм, что соответствует $G = 42.2$. В типичном режиме его использования для получения одиночных тепловых разрушений интенсивность поля в фокусе в ткани по линейной оценке составляет 1500 Вт/см² [18]. В соответствии с рис. 2, этот режим ($N = 0.27$) близок к максимуму на кривой усиления положительного пикового давления. В сильно фокусированных полях $G > 20$ акустические параметры волны в ткани и в воде при одинаковой интенсивности в фокусе будут близки, поэтому и в ткани в рассматриваемом режиме фокальный профиль волны содержит ударный фронт и наблюдается максимальная пространственная локализация теплового воздействия [18]. Предельные значения параметров поля в фокусе для данной установки (рис. 3): положительное пиковое давление составляет 35.5 МПа, отрицательное – 11.6 МПа. При этом полусумма пиковых положительного и отрицательного давлений 23.6 МПа, и предельная интенсивность поля 10.6 кВт/см² близки к давлению насыщения 20.7 МПа и интенсивности 9.6 кВт/см², полученным с использованием формулы (5).

Для излучателя с более высокой частотой $f_0 = 5.5$ МГц, радиусом $a_0 = 9.5$ мм и $F = 19$ мм ($G = 55$)

предельное положительное пиковое давление в фокусе составляет 113 МПа, отрицательное 34.7 МПа, интенсивность 85 кВт/см². В эксперименте удалось измерить давления вплоть до $p_+ = 34.5$ МПа и $p_- = 15.5$ МПа, то есть также еще далекие от насыщения [8].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе численно исследованы нелинейно-дифракционные эффекты, проявляющиеся при фокусировке мощных звуковых пучков в слабо поглощающей среде. Получены количественные данные для нелинейной коррекции коэффициентов концентрации и насыщения поля в фокусе, позволяющие рассчитать различные характеристики нелинейно искаженных профилей волны в широком интервале параметров поршневых преобразователей. Показано, что с увеличением амплитуды давления на излучателе коэффициенты концентрации поля в фокусе для пикового положительного давления и интенсивности изменяются немонотонно: сначала заметно возрастают (до 3.5 раз для p_+ и 1.4 раза для I), затем уменьшаются. Максимумы кривых усиления соответствуют такой начальной амплитуде, когда в профиле волны вблизи фокуса формируется ударный фронт. Эффект улучшения концентрации поля проявляется сильнее для излучателей с большим линейным коэффициентом фокусировки G . Для пикового отрицательного давления коэффициент концентрации монотонно убывает при увеличении исходной амплитуды волны и составляет около 60% от его линейного значения в области максимумов кривых усиления.

Установлено, что существующие аналитические оценки (5) для величин насыщения в фокусе дают заниженные значения для пикового положительного давления и, напротив, завышенные – для пикового отрицательного (примерно в 2 раза), но в то же время достаточно близки к рассчитанным численно интенсивности и полусумме пиковых значений давления. Выявлены основные различия в пространственной структуре фокальной области различных параметров нелинейного акустического поля: более высокая локализованность для положительного пикового давления, интенсивности и мощности тепловых источников и, напротив, расширение области отрицательного пикового давления и ее смещение в сторону излучателя.

Результаты моделирования хорошо согласуются с данными эксперимента и могут быть использованы для калибровки реальных терапевтических ультразвуковых излучателей и оптимизации клинических протоколов.

Авторы благодарны М.В. Аверьянову за помощь в оптимизации численного алгоритма. Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ 09-

02-01530, ИНТАС 05-1000008-7841, МНТЦ 3691, NSBRI SMS00402 и NIH R01EB007643.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Руденко О.В., Солуян С.И. Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука. 1975. 287 с.
2. Ультразвук в медицине. Физические основы и применения. Ред. Хилл К., Бэмбер Дж., тер Хаар Г., пер. с англ. М.: Физматлит, 2008. 544 с.
3. Бэйли М.Р., Хохлова В.А., Сапожников О.А., Карл С.Г., Крам Л.А. Физические механизмы воздействия терапевтического ультразвука на биологическую ткань (обзор) // Акуст. журн. 2003. Т. 49. № 4. С. 437–464.
4. Wu F., Wang Z.B., Chen W.Z. et al. Extracorporeal focused ultrasound surgery for treatment of human solid carcinomas: early Chinese clinical experience // *Ultrasound in Med. Biol.* 2004. V. 30 (2). P. 245–260.
5. Khokhlova V.A., Bailey M.R., Crum L.A. Acoustic nonlinearity in derating problem for HIFU sources // In: Proc. 4th International Symposium on Therapeutic Ultrasound (2004, Kyoto, Japan). P. 134–136.
6. Наугольных К.А., Романенко Е.В. О зависимости коэффициента усиления фокусирующей системы от интенсивности звука // Акуст. журн. 1959. Т. 5. № 2. С. 191–195.
7. Островский Л.А., Сутин А.М. Фокусировка акустических волн конечной амплитуды // Доклады АН СССР. 1975. Т. 221. № 6. С. 1300–1303.
8. Bigelow T.A., O'Brien W.D. Jr., Experimental evaluation of indicators of nonlinearity for use in ultrasound transducer characterizations // *Ultrasound in Med. Biol.* 2002. V. 28. № 11/12. P. 1509–1520.
9. Гамильтон М.Ф., Руденко О.В., Хохлова В.А. Новый метод расчета параксиальной области интенсивных акустических пучков // Акуст. журн. 1997. Т. 43. № 1. С. 48–53.
10. Canney M.S., Bailey M.R., Crum L.A., Khokhlova V.A., Sapozhnikov O.A. Acoustic characterization of high intensity focused ultrasound fields: A combined measurement and modeling approach // *J. Acoust. Soc. Am.* 2008. V. 124. № 4. P. 2406–2420.
11. Christopher T., Carstensen E.L. Finite amplitude distortion and its relationship to linear derating formulae for diagnostic ultrasound systems // *Ultrasound in Med. Biol.* 1996. V. 22. № 8. P. 1103–1116.
12. Khokhlova V.A., Bailey M.R., Reed J., Canney M.S., Kaczowski P.J., Crum L.A. Nonlinear mechanisms of lesion formation by high intensity focused ultrasound / In: Proc. 5th International Symposium on Therapeutic Ultrasound (2005, Boston, USA). P. 117–121.
13. Руденко О.В., Гурбатов С.Н., Хедберг К.М. Нелинейная акустика в задачах. М.: Физматлит, 2007. 176 с.
14. Bacon D.R. Finite amplitude distortion of the pulsed fields used in diagnostic ultrasound // *Ultrasound Med. & Biol.* 1984. V. 10. № 2. P. 189–195.
15. Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T., Flannery B.P. Numerical Recipes in FORTRAN. New York: Cambridge U.P. 1997. 1002 с.
16. Бахвалов Н.С., Жилейкин Я.М., Заболотская Е.А. Нелинейная теория звуковых пучков. М.: Наука, 1982. 174 с.
17. Kurganov A., Tadmor E. New high-resolution central schemes for nonlinear conservation laws and convection–diffusion equations // *J. Comp. Phys.* 2000. V. 160. P. 241–282.
18. Филоненко Е.А., Хохлова В.А. Эффекты акустической нелинейности при терапевтическом воздействии мощного фокусированного ультразвука на биологическую ткань // Акуст. журн. 2000. Т. 46. № 2. С. 211–219.
19. Бессонова О.В., Хохлова В.А. Пространственные распределения различных параметров акустического поля в мощных сфокусированных пучках // Сборник трудов XVIII сессии РАО (11–15 сентября 2006, Таганрог). Т. 3. С. 94–97.